



ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Учебное пособие



ФГБОУ ВО
Ставропольский государственный аграрный университет

К.П. Данилов, Е.А. Вахтина, Ш.Ж. Габриелян, М.А. Мастепаненко

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Учебное пособие для самостоятельной работы студентов
по методам расчета линейных электрических цепей
постоянного и переменного синусоидального тока

Ставрополь
«АГРУС»
2017

УДК 621.3.011.7(075)
ББК 31.211я73
Т33

Рецензенты:

кандидат технических наук,
заведующий кафедрой
электротехники, автоматики и метрологии, доцент
Ставропольского государственного аграрного университета
И.Н. Воротников

кандидат технических наук,
доцент кафедры информационных технологий и электроники
Технологического института сервиса (филиал) ДГТУ в г. Ставрополе
А.В. Вострухин

Т33

Теоретические основы электротехники : учебное пособие /
К. П. Данилов, Е. А. Вахтина, Ш. Ж. Габриелян,
М. А. Мастепаненко. – Ставрополь : АГРУС Ставропольского
гос. аграрного ун-та, 2017. – 60 с.

ISBN 978-5-9596-1373-0

Содержит примеры основных методов расчета линейных цепей постоянного и синусоидального тока и варианты заданий для самостоятельной работы студентов по каждому из представленных методов.

Для студентов направлений подготовки бакалавров 35.03.06 – Агроинженерия и 13.03.02 - Электроэнергетика и электротехника.

УДК 621.3.011.7(075)
ББК 31.211я73

ISBN 978-5-9596-1373-0 © ФГБОУ ВО «Ставропольский
государственный аграрный университет», 2017

Содержание

Введение	4
1. Постоянный ток	5
1.1. Законы Ома и Кирхгофа	5
1.2. Задание №1 для индивидуального решения	7
1.3. Задание №2 для индивидуального решения	14
1.4. Преобразование электрической цепи по схеме треугольник в эквивалентную звезду и звезды в треугольник	19
1.5. Задание №3 для индивидуального решения	23
1.6. Методы наложения и эквивалентного генератора тока	26
1.7. Задание №4 для индивидуального решения	29
1.8. Комплексное задание	29
1.8.1. Порядок выполнения расчетов. Составление уравнений по законам Кирхгофа	30
1.8.2. Расчет токораспределения и ЭДС E_1 методом контурных токов	31
1.8.3. Расчет баланса мощностей	32
1.8.4. Расчет токораспределения методом узловых потенциалов	33
1.8.5. Расчет тока во второй ветви методом эквивалентного генератора	36
1.8.6. Расчет и построение потенциальной диаграммы	38
1.8.7. Задание и схемы для самостоятельного проведения расчетов	39
2. Синусоидальный ток	46
2.1. Общие положения	46
2.2. Задание №5 для индивидуального решения	48
2.3. Комплексный метод расчета цепей переменного тока	51
2.4. Задание №6 для индивидуального решения	55
2.5. Задание №7 для индивидуального решения	57
Литература	59

Введение

В курсе теоретических основ электротехники (ТОЭ) студенты знакомятся сразу с довольно большим количеством существующих методов расчета сложных электрических цепей. Это обстоятельство затрудняет осмысленно оценить преимущества и недостатки каждого метода, понять их физическую сущность. Кроме того, студенты обычно испытывают определенные трудности при переходе от заданной цепи к расчетной схеме, а также в преобразовании и учете источников ЭДС и источников тока при расчете линейных цепей постоянного тока.

Комплексный метод расчета линейных цепей синусоидального тока так же требует выработки практических навыков его использования.

В связи с этим в настоящем пособии подробно рассматриваются основные универсальные методы расчета линейных цепей постоянного и синусоидального тока, а также приводятся приемы проверки их правильного выполнения.

Для закрепления теоретического материала и формирования навыков расчета электрических цепей в пособии приводится большое количество электрических схем и вариантов заданий, предлагаемых студентам для самостоятельного решения.

1. Постоянный ток

1.1. Законы Ома и Кирхгофа

Закон Ома для участка цепи, не содержащего ЭДС:

$$I = \frac{U}{R}$$

Ток, протекающий через сопротивление (R), прямо пропорционален напряжению на его зажимах и обратно пропорционален этому сопротивлению.

Первый закон Кирхгофа:

$$\sum I_i = 0$$

Алгебраическая сумма токов в узле схемы равна нулю; или сумма подтекающих к узлу токов равна сумме утекающих от него токов.

Второй закон Кирхгофа:

$$\sum I_i R_i = \sum E_i$$

Алгебраическая сумма падений напряжений во всех сопротивлениях контура равна алгебраической сумме ЭДС в этом контуре.

Рассмотрим два примера на применение законов Ома и Кирхгофа:

Пример №1:

Как изменятся показания приборов (рис. 1) при перемещении движка переменного сопротивления вправо?

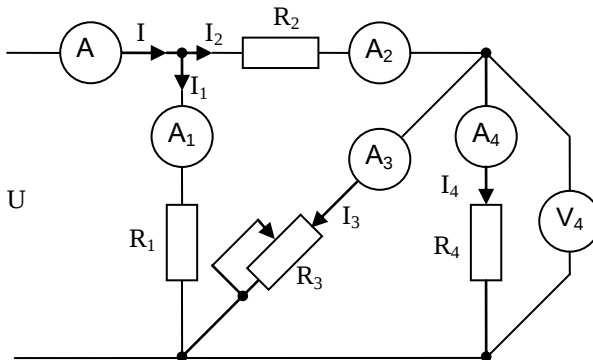


Рис. 1

Решение:

1. Указываем на схеме направления токов $I - I_4$
2. Определяем характер изменения общего сопротивления цепи и отдельных ее участков.

Замечание: Увеличение и уменьшение сопротивлений, а также токов и напряжений будем отмечать стрелкой, направленной соответственно вверх или вниз.

При перемещении движка вправо сопротивление R_3 уменьшается, т.е. $\downarrow R_3$

$$а) \downarrow R_{34} = \frac{1}{\frac{1}{\downarrow R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

$$б) \downarrow R_{234} = R_2 + \downarrow R_{34}$$

$$в) \downarrow R_{34} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{\downarrow R_{234}}}$$

3. По закону Ома определяем ток в общей цепи (I):

$$\uparrow I = \frac{U}{\downarrow R_{\text{общ}}} \quad (\text{ток увеличился})$$

4. По закону Ома для участка цепи определяем ток (I_1):

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \quad (\text{ток не изменился})$$

5. Ток (I_2) определяем по первому закону Кирхгофа:

$$\uparrow I_2 = \uparrow I - I_1 \quad (\text{ток увеличился})$$

6. Напряжение (U_4) определяем по второму закону Кирхгофа:

$$U = I_2 R_2 + U_4 \quad \text{Следовательно, } \downarrow U_4 = U - \uparrow I_2 R_2$$

(напряжение U_4 уменьшилось)

7. Ток (I_4) определяем по закону Ома:

$$\downarrow I_4 = \frac{\downarrow U_4}{R_4} \quad (\text{ток уменьшился})$$

8. Ток (I_3) не удастся определить по закону Ома

$$I_3 = \frac{\downarrow U_4}{\downarrow R_3} - \text{неопределенность,}$$

поэтому следует воспользоваться первым законом Кирхгофа:

$$\uparrow I_3 = \uparrow I_2 - \downarrow I_4 \quad (\text{ток увеличился})$$

Вывод: При перемещении движка переменного сопротивления R_3 вправо показания приборов изменятся следующим образом:

A	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	V ₄
↑	const	↑	↑	↓	↓

Ниже приводится задание №1 для самостоятельной проработки студентами. (Номер варианта рисунка определяется преподавателем).

1.2. Задание №1 для индивидуального решения

Как изменятся показания приборов при перемещении движка переменного сопротивления вправо?

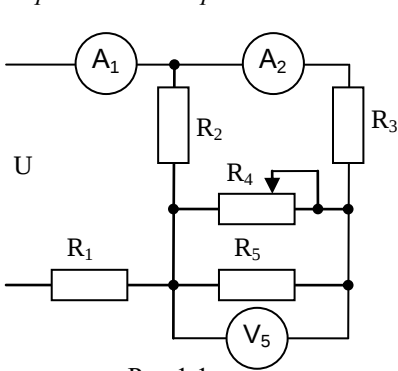


Рис.1.1

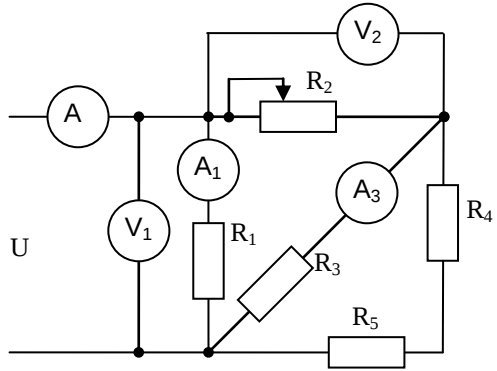


Рис.1.2

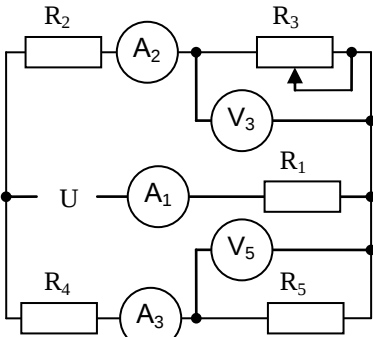


Рис.1.3

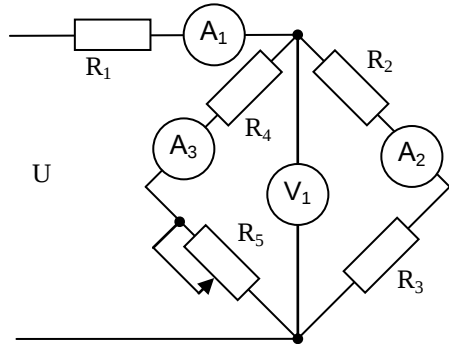


Рис.1.4

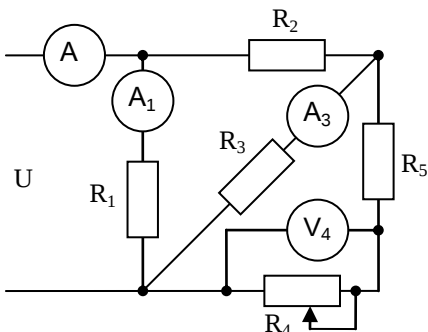


Рис.1.5

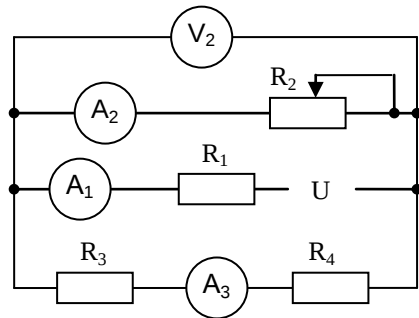


Рис.1.6

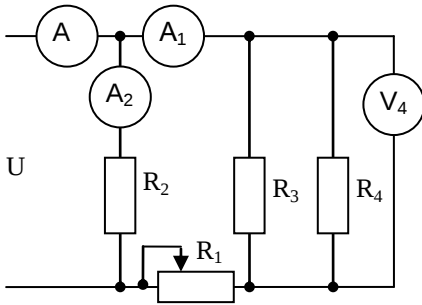


Рис.1.7

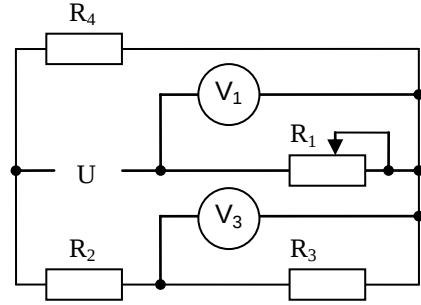


Рис.1.8

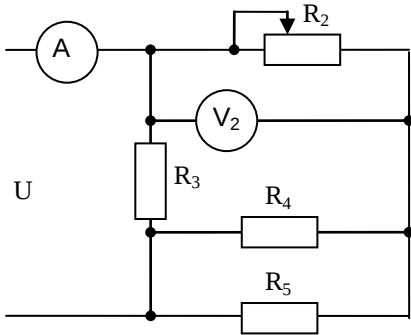


Рис.1.9

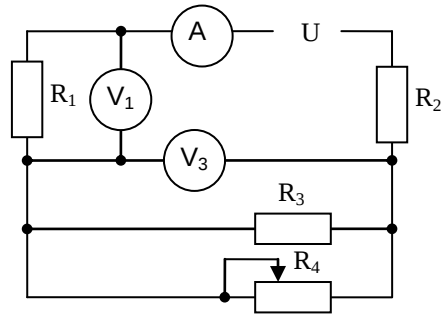


Рис.1.10

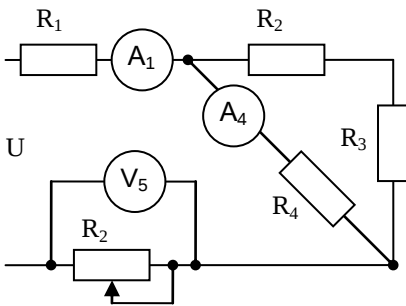


Рис.1.11

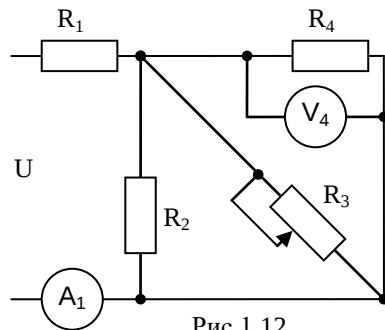


Рис.1.12

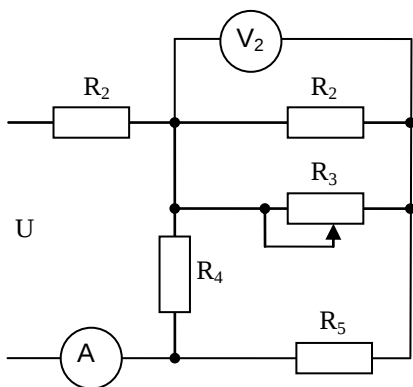


Рис. 1.13

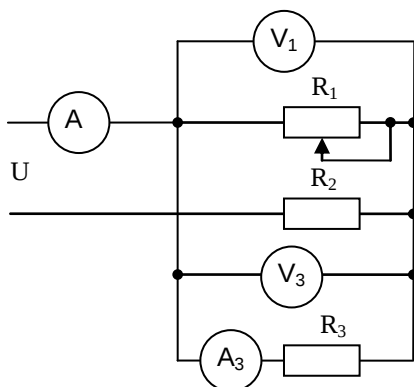


Рис. 1.14

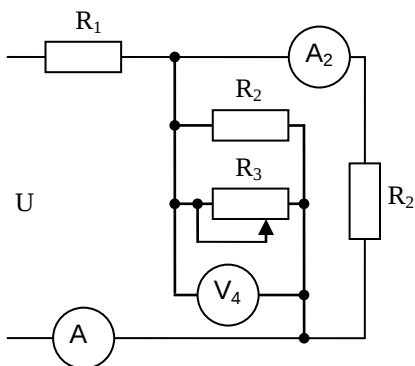


Рис. 1.15

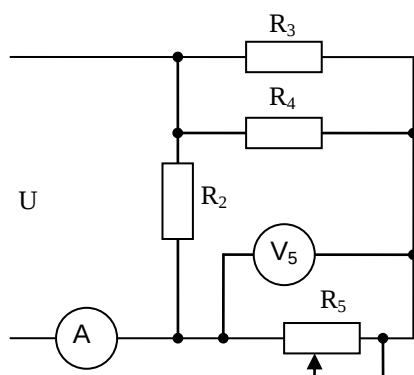


Рис. 1.16

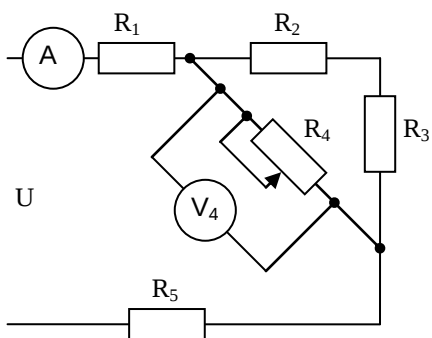


Рис. 1.17

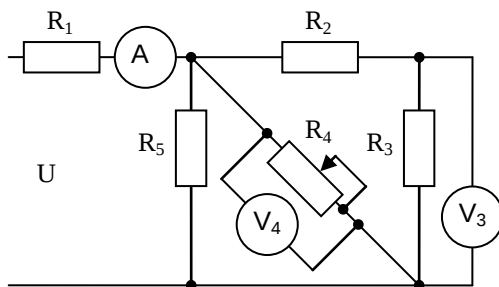


Рис. 1.18

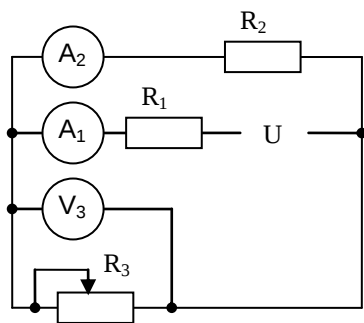


Рис.1.19

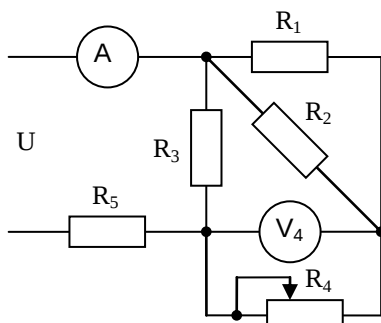


Рис.1.20

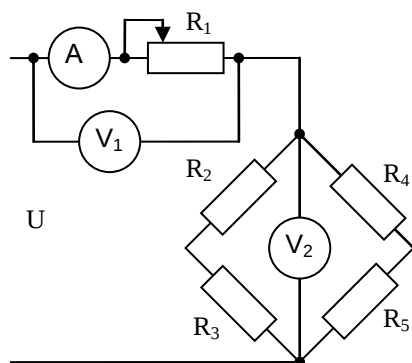


Рис.1.21

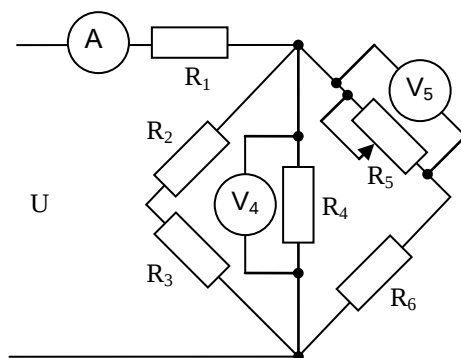


Рис.1.22

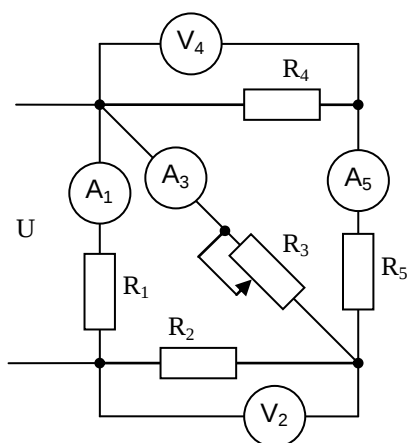


Рис.1.23

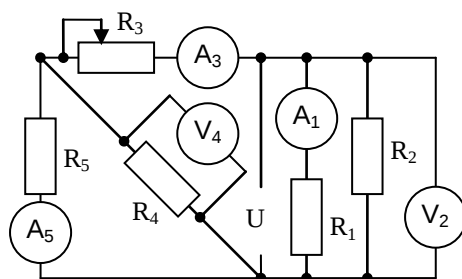


Рис.1.24

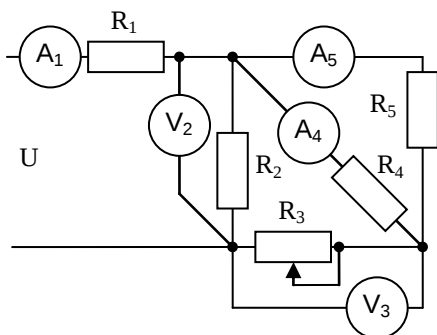


Рис.1.25

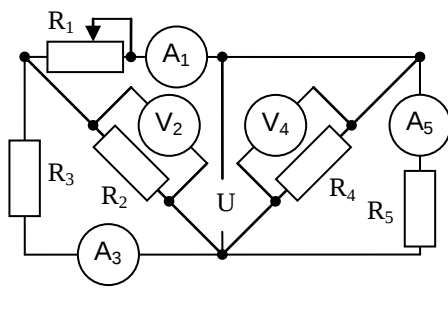


Рис.1.26

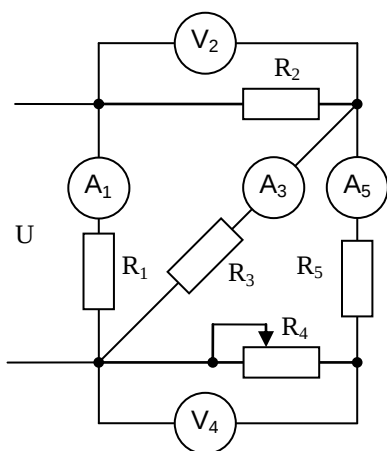


Рис.1.27

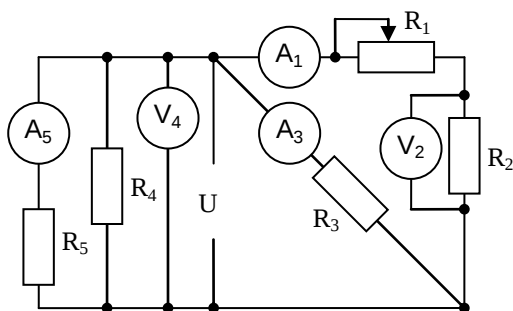


Рис.1.28

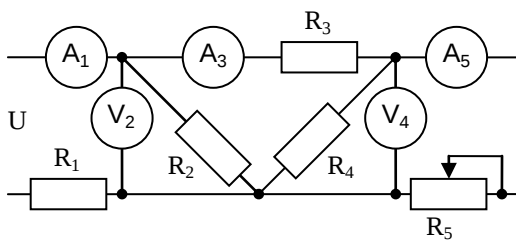


Рис.1.29

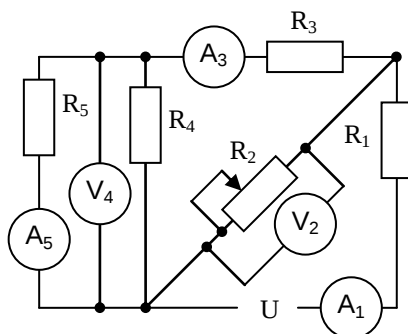


Рис.1.30

Пример №2:

Для заданной схемы (рис. 2) определить ток и напряжение на входе, если известно, что $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R$ и задан ток I_1 через сопротивление R_1

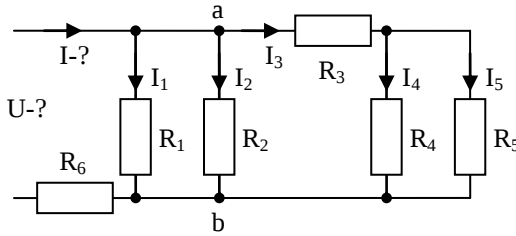


Рис. 2

Решение:

1. Указываем на схеме направление токов $I_1 - I_6$
2. Рассчитаем общее сопротивление цепи и сопротивление отдельных участков:

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{2} R$$

$$R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{1}{2} R$$

$$R_{345} = R_3 + R_{45} = R + \frac{1}{2} R = \frac{3}{2} R$$

$$R_{12345} = \frac{R_{12} R_{345}}{R_{12} + R_{345}} = \frac{\frac{1}{2} R \cdot \frac{3}{2} R}{\frac{1}{2} R + \frac{3}{2} R} = \frac{3}{8} R$$

$$R_{\text{общ}} = R_6 + R_{12345} = R + \frac{3}{8} R = \frac{11}{8} R$$

3. Находим напряжение на сопротивлениях R_1 и R_2 , включенных параллельно:

$$U_1 = U_2 = U_{ab} = I_1 R_1 = I_1 R$$

4. Это же напряжение приложено к группе сопротивлений R_3, R_4, R_5 , следовательно, можно определить ток I_3 :

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_{345}} = \frac{I_1 R}{\frac{3}{2} R} = \frac{2}{3} I_1, \quad \text{ток } I_2 = I_1, \text{ так как } R_2 = R_1$$

5. Общий ток определяем по первому закону Кирхгофа:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = I_1 + I_1 + \frac{2}{3} I_1 = 2 \frac{2}{3} I_1$$

6. Определяем общее напряжение:

$$U = I R_{\text{общ}} = 2 \frac{2}{3} I_1 \cdot \frac{11}{8} R = \frac{11}{3} I_1 R = 3 \frac{2}{3} I_1 R$$

Вывод: Общий ток в цепи $I = 2 \frac{2}{3} I_1$, а общее напряжение $U = 3 \frac{2}{3} I_1 R$

Ниже приводится задание №2 для самостоятельной проработки студентами. (Номер варианта (рисунка) определяется преподавателем)

1.3. Задание №2 для индивидуального решения

Для заданной схемы определить ток I и напряжение U на входе, если известно, что $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R$ и задан ток, указанный на схеме.

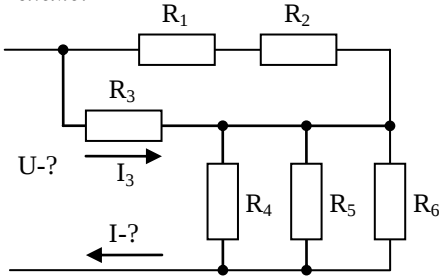


Рис.2.1

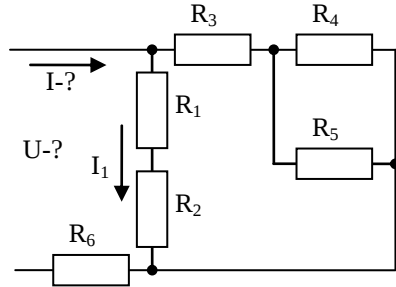


Рис.2.2

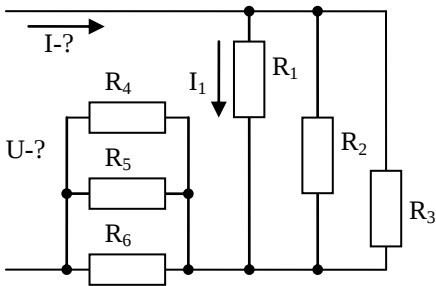


Рис.2.3

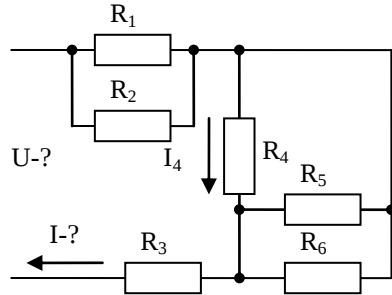


Рис.2.4

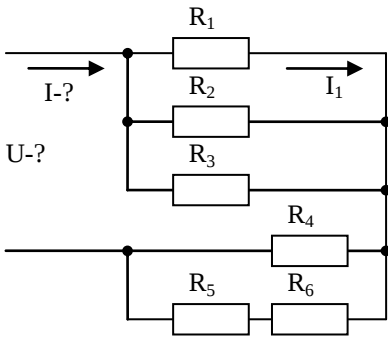


Рис.2.5

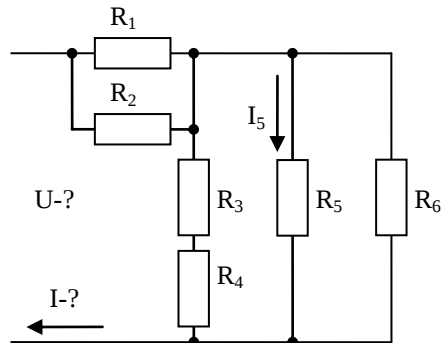


Рис.2.6

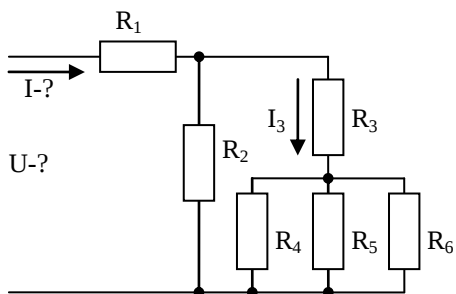


Рис.2.7

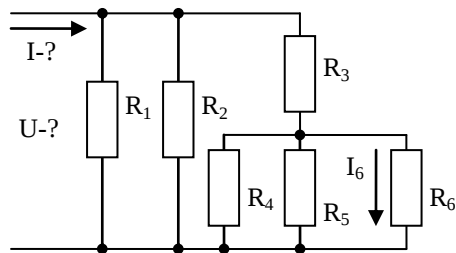


Рис.2.8

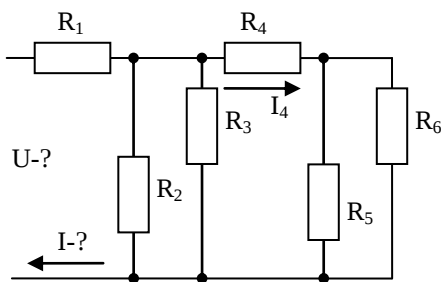


Рис.2.9

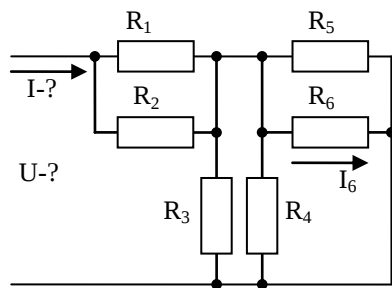


Рис.2.10

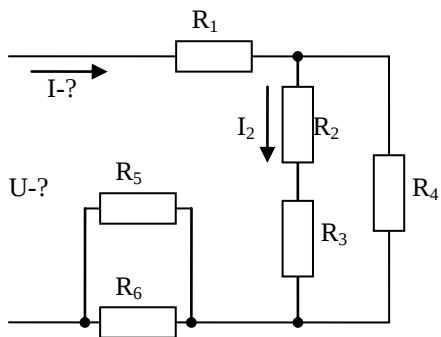


Рис.2.11

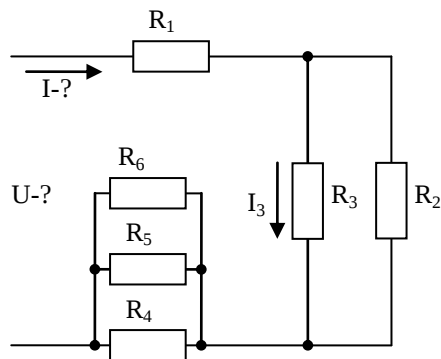


Рис.2.12

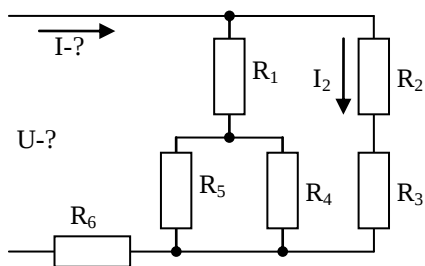


Рис.2.13

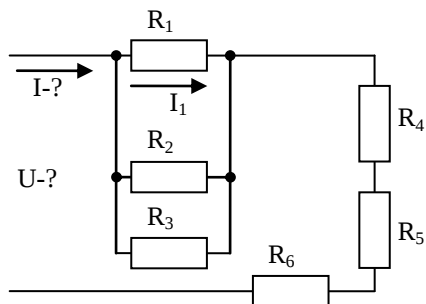


Рис.2.14

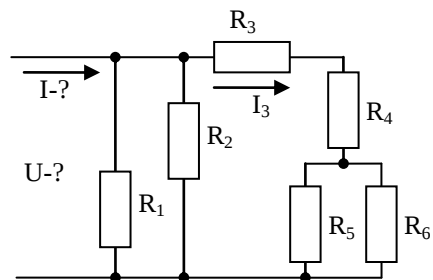


Рис.2.15

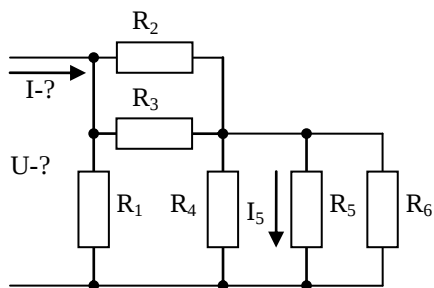


Рис.2.16

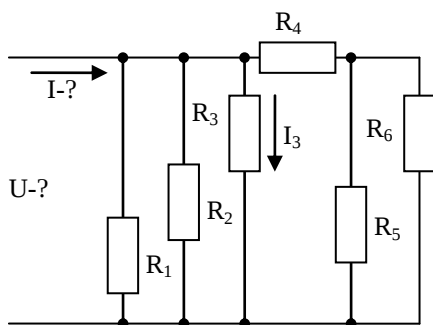


Рис.2.17

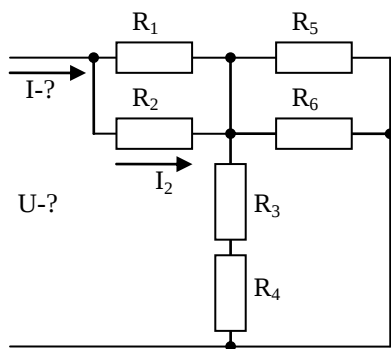


Рис.2.18

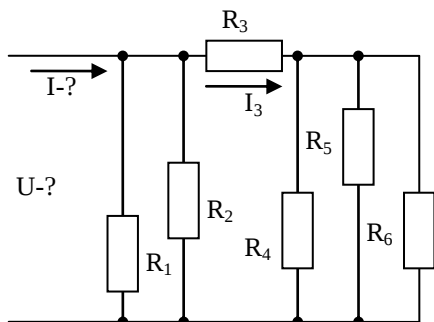


Рис.2.19

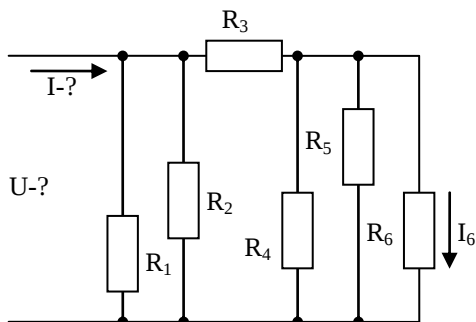


Рис.2.20

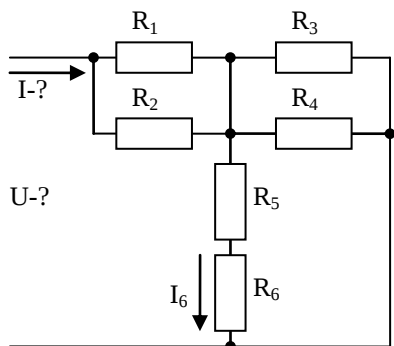


Рис.2.21

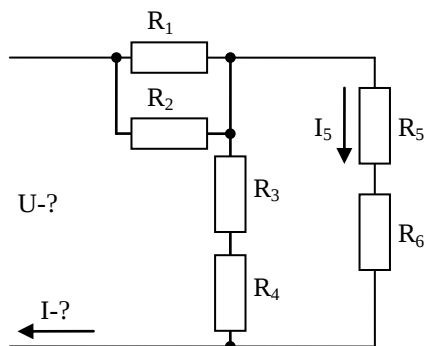


Рис.2.22

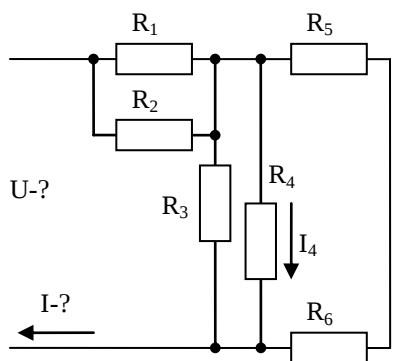


Рис.2.23

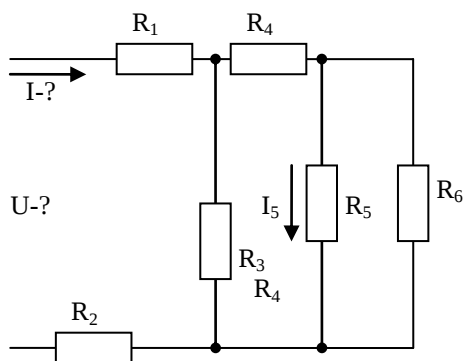


Рис.2.24

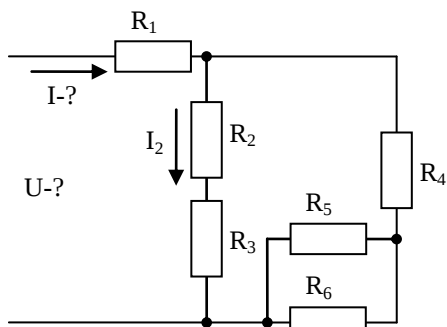


Рис.2.25

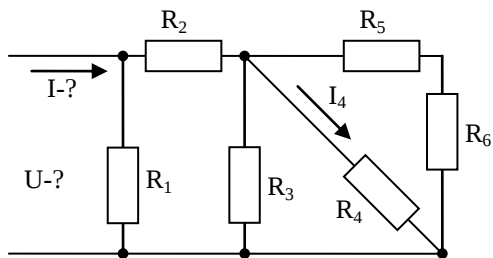


Рис.2.27

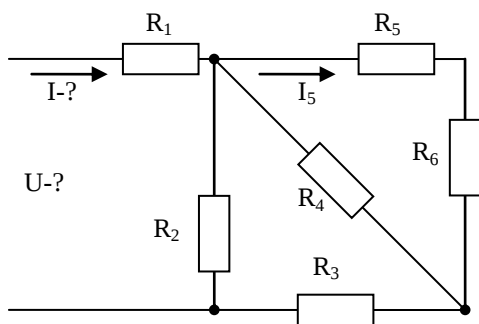


Рис.2.29

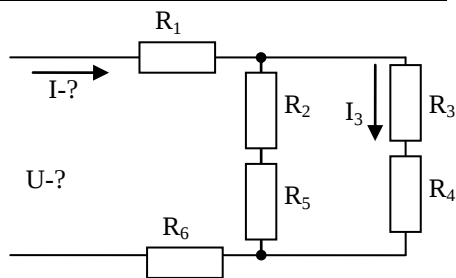


Рис.2.26

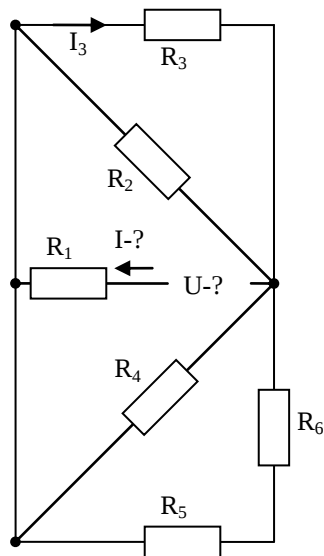


Рис.2.28

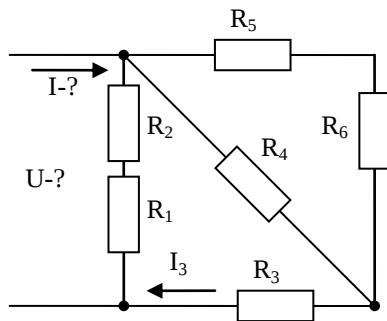
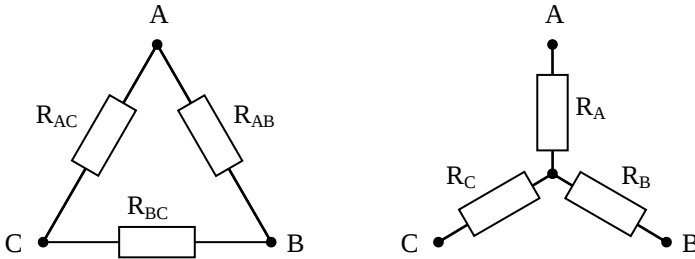


Рис.2.30

1.4. Преобразование электрической цепи по схеме треугольник в эквивалентную звезду и звезды в треугольник



Если заданы сопротивления сторон треугольника (R_{AB} , R_{BC} , R_{CA}), то расчет сопротивлений лучей звезды (R_A , R_B , R_C) производится по формулам:

$$R_A = \frac{R_{AB} R_{AC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB} R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

$$R_C = \frac{R_{BC} R_{AC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}$$

Если заданы сопротивления лучей звезды (R_A , R_B , R_C), то расчет сопротивлений сторон треугольника (R_{AB} , R_{BC} , R_{CA}) производится по формулам:

$$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A R_B}{R_C}$$

$$R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_B R_C}{R_A}$$

$$R_{AC} = R_A + R_C + \frac{R_A R_C}{R_B}$$

Рассмотрим решение конкретной задачи с использованием преобразования треугольника в эквивалентную звезду и наоборот.

Пример №3:

Для заданной схемы (рис. 3, а) рассчитать все токи ветвей ($I_1 \dots I_6$), составить баланс мощностей, произвести проверку по первому и второму законам Кирхгофа.

Дано:

$$E = 30 \text{ В}$$

$$R_1 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 20 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_5 = 20 \text{ Ом}$$

$$R_6 = 10 \text{ Ом}$$

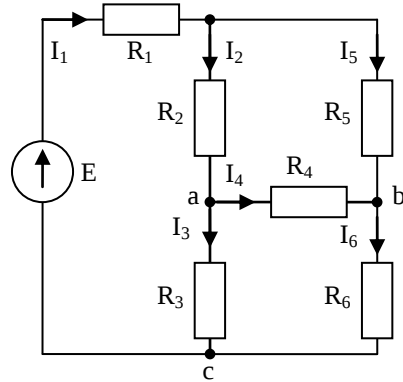


Рис. 3 а)

1. Указываем на схеме (рис. 3, а) направления токов $I_1 \dots I_6$
2. Преобразуем треугольник сопротивлений (R_3 , R_4 , R_6) в звезду (R_{34} , R_{46} , R_{36}) (рис. 3, б) и рассчитаем эти сопротивления.

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4 + R_6} = 5 \text{ Ом}$$

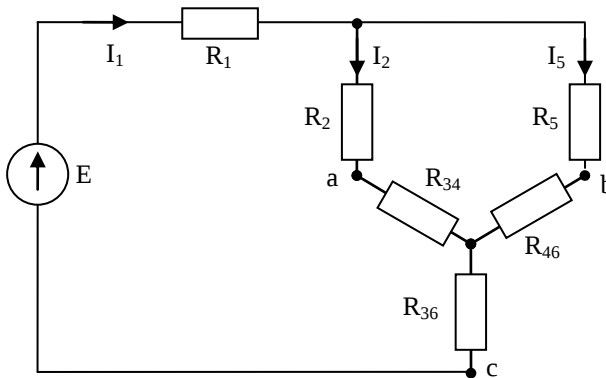


Рис. 3 б)

$$R_{36} = \frac{R_3 R_6}{R_3 + R_4 + R_6} = 5 \text{ Ом}$$

$$R_{46} = \frac{R_4 R_6}{R_3 + R_4 + R_6} = 2,5 \text{ Ом}$$

3. Определяем общее сопротивление всей цепи

$$R_{\text{общ}} = R_1 + \frac{(R_2 + R_{34})(R_5 + R_{46})}{R_2 + R_{34} + R_5 + R_{46}} + R_{36} = 24 \text{ Ом}$$

4. Определяем токи ветвей схемы (рис. 3, б):

$$I_1 = \frac{E}{R_{\text{общ}}} = 1,25 \text{ А}$$

$$I_2 = I_1 \frac{R_5 + R_{46}}{R_2 + R_{34} + R_5 + R_{46}} = 0,75 \text{ А}$$

$$I_5 = I_1 \frac{R_2 + R_{34}}{R_2 + R_{34} + R_5 + R_{46}} = 0,5 \text{ А}$$

5. Определяем разность потенциалов между узлами (а, b, с):

$$U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c = I_1 R_{36} + I_2 R_{34} = 10 \text{ В}$$

$$U_{bc} = \varphi_b - \varphi_c = I_1 R_{36} + I_5 R_{46} = 7,5 \text{ В}$$

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = -I_5 R_{46} + I_2 R_{34} = 2,5 \text{ В}$$

6. Возвращаемся к схеме (рис. 3, а) и определяем токи:

$$I_3 = \frac{U_{ac}}{R_3} = 0,5 \text{ А}$$

$$I_6 = \frac{U_{bc}}{R_6} = 0,75 \text{ А}$$

$$I_4 = \frac{U_{ab}}{R_4} = 0,25 \text{ А}$$

7. Рассчитываем баланс мощностей:

$$\sum E_i I_i = \sum I_i^2 R_i$$

- а) Отдаваемая мощность источником ЭДС:

$$EI_1 = 30 \cdot 1,25 = 37,5 \text{ Вт}$$

б) Потребляемая мощность

$$\sum I_i^2 R_i = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = 1,25^2 \cdot 10 + 1,25^2 \cdot 10 + 0,75^2 \cdot 10 + 0,5^2 \cdot 20 + 0,25^2 \cdot 10 + 0,5^2 \cdot 20 + 0,75^2 \cdot 10 = 37,5 \text{ Вт}$$

8. Проверка по первому закону Кирхгофа:

$$\text{узел (а)} \quad I_4 + I_3 = I_2 \quad 0,25 + 0,5 = 0,75 \text{ А}$$

$$\text{узел (б)} \quad I_5 + I_4 = I_6 \quad 0,5 + 0,25 = 0,75 \text{ А}$$

Проверка по второму закону Кирхгофа

$$E = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3$$

$$1,25 \cdot 10 + 0,75 \cdot 10 + 0,5 \cdot 20 = 30 \text{ В}$$

Теперь решим эту же задачу путем преобразования звезды сопротивлений (R_4, R_5, R_6) в треугольник (R_{45}, R_{46}, R_{56}) (рис. 3, в)

1. Рассчитаем эти сопротивления:

$$2. \quad R_{45} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 R_5}{R_6} = 50 \text{ Ом}$$

$$R_{46} = R_4 + R_6 + \frac{R_4 R_6}{R_5} = 25 \text{ Ом}$$

$$R_{56} = R_5 + R_6 + \frac{R_5 R_6}{R_4} = 50 \text{ Ом}$$

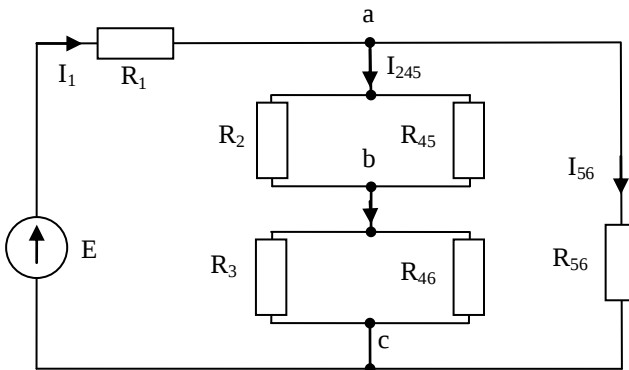
3. Рассчитаем сопротивления участков и общее сопротивление цепи ($R_{\text{общ}}$)

Рис. 3в)

$$R_{245} = \frac{R_2 R_{45}}{R_2 + R_{45}} = 8,3(3) \text{ Ом}$$

$$R_{345} = \frac{R_3 R_{46}}{R_3 + R_{46}} = 11,1(1) \text{ Ом}$$

$$R_{abc} = R_{245} + R_{346} = 19,4(4) \text{ Ом}$$

$$R_{ac} = \frac{R_{abc} R_{56}}{R_{abc} + R_{56}} = 14 \text{ Ом}$$

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_{ac} = 24 \text{ Ом}$$

4. Рассчитаем токи (I_1, I_2, I_3):

$$I_1 = \frac{E}{R_{\text{общ}}} = 1,25 \text{ А}$$

$$U_{ac} = I_1 R_{ac} = 17,5 \text{ В}$$

$$I_{245} = \frac{U_{ac}}{R_{abc}} = 0,9 \text{ А}$$

$$I_2 = I_{245} \frac{R_{45}}{R_2 + R_{45}} = 0,75 \text{ А}$$

$$I_3 = I_{245} \frac{R_{46}}{R_3 + R_{46}} = 0,5 \text{ А}$$

5. Возвращаемся к схеме (рис. 3, а) и рассчитываем токи (I_4, I_5, I_6):

$$I_5 = I_1 - I_2 = 0,5 \text{ А}$$

$$I_4 = I_2 - I_3 = 0,25 \text{ А}$$

$$I_6 = I_4 + I_5 = 0,75 \text{ А}$$

Замечание: Баланс мощностей и проверка по законам Кирхгофа выполнена выше.

1.1. Задание №3 для индивидуального решения

Для заданной схемы (см. таблицу 1) рассчитать все токи ветвей ($I_1 \dots I_6$), составить баланс мощностей, произвести проверку по первому и второму законам Кирхгофа.

Таблица 1

№ в-та	Схема	№ рис.	E, В	R1, Ом	R2, Ом	R3, Ом	R4, Ом	R5, Ом	R6, Ом
1	$\Delta - \blacktriangle$	рис.3.1	40	10	20	30	40	50	60
2	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.1	40	10	20	30	40	50	60
3	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.2	100	20	60	40	10	20	30
4	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.2	100	20	60	40	10	20	30
5	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.3	80	10	30	60	40	30	50
6	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.3	80	10	30	60	40	30	50
7	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.4	60	30	10	20	50	40	30
8	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.4	60	30	10	20	50	40	30
9	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.5	120	20	20	20	40	40	40
10	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.5	120	20	20	20	40	40	40
11	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.6	20	10	20	10	20	10	20
12	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.6	20	10	20	10	20	10	20
13	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.7	70	30	20	10	20	10	30
14	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.7	70	30	20	10	20	10	30
15	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.8	90	30	30	20	20	10	10
16	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.8	90	30	30	20	20	10	10
17	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.9	100	40	40	30	20	10	20
18	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.9	100	40	40	30	20	10	20
19	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.10	80	30	40	50	10	20	10
20	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.10	80	30	40	50	10	20	10
21	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.11	50	20	10	30	10	40	10
22	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.11	50	20	10	30	10	40	10
23	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.12	30	20	40	60	40	20	10
24	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.12	30	20	40	60	40	20	10
25	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.13	60	10	20	40	60	80	10
26	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.13	60	10	20	40	60	80	10
27	$\Delta - \blacktriangle$	рис. 3.14	120	60	40	50	30	20	10
28	$\blacktriangle - \Delta$	рис. 3.14	120	60	40	50	30	20	10

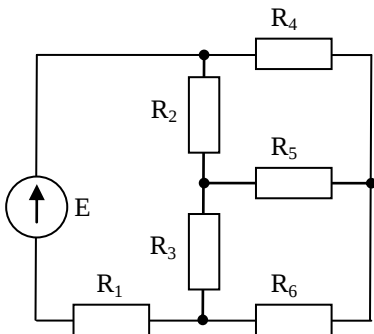


Рис.3.1

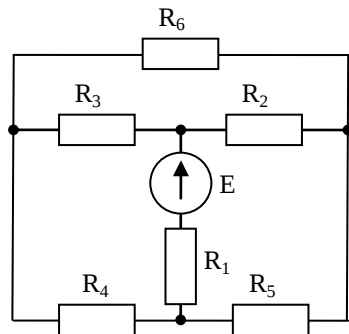


Рис.3.2

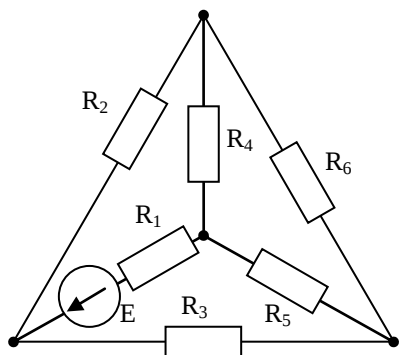


Рис.3.3

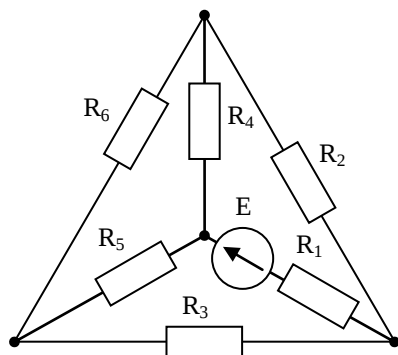


Рис.3.4

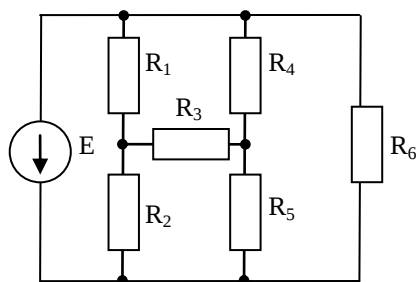


Рис.3.5

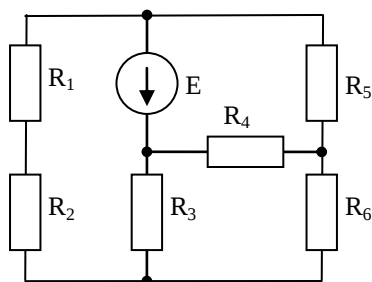


Рис.3.6

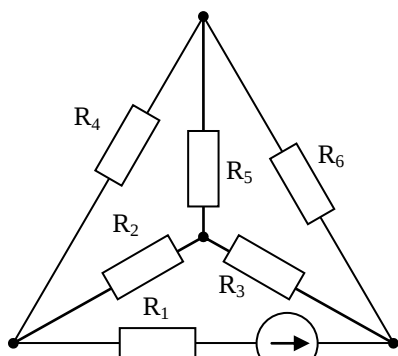


Рис.3.7

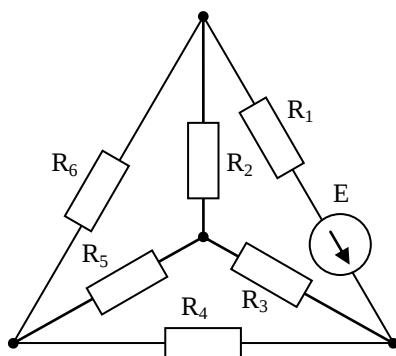


Рис.3.8

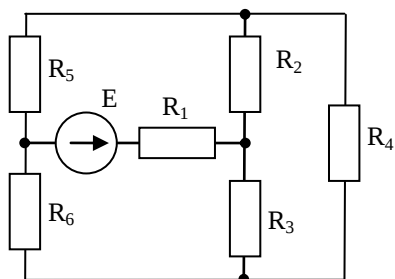


Рис.3.9

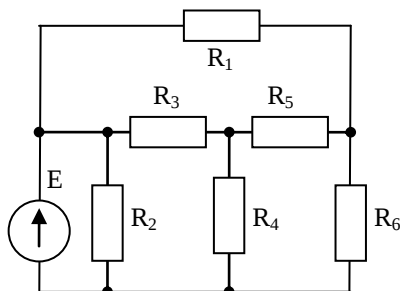


Рис.3.10

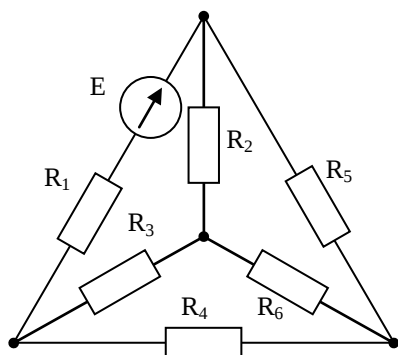


Рис.3.11

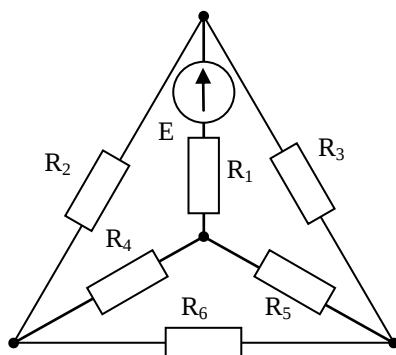


Рис.3.12

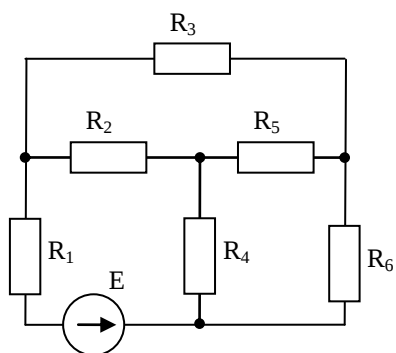


Рис.3.13

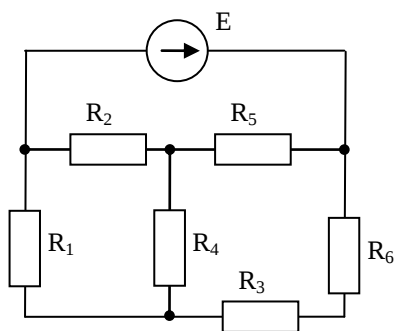


Рис.3.14

1.2. Методы наложения и эквивалентного генератора тока

При расчете цепей по методу наложения поступают следующим образом: поочередно рассчитывают частичные токи от каждой ЭДС в отдельности. Затем находят токи в ветвях путем алгебраического суммирования частичных токов.

Для расчета тока в отдельной ветви методом эквивалентного генератора тока нужно сначала найти входное сопротивление цепи со стороны зажимов (а, б), к которым присоединяется заданная ветвь, и напряжение на этих зажимах в режиме холостого хода, когда ветвь разомкнута.

Порядок расчета электрических цепей указанными методами покажем на конкретных примерах

Пример №4:

Для электрической схемы (рис. 4, а) методом наложения определить ток и напряжение в нагрузке, если $I_K = 4 \text{ мА}$, $E = 10 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ кОм}$, $R_2 = 2 \text{ кОм}$, $R_H = 5 \text{ кОм}$

Сначала оставляем в схеме источник тока, а источник ЭДС исключаем (рис. 4, б) и определяем частичный ток через сопротивление нагрузки I'_H :

$$R'_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2 R_H}{R_1 R_2 + R_1 R_H + R_2 R_H} \quad U_{ab} = I_K R'_{\text{общ}}$$

$$I'_H = \frac{U_{ab}}{R_H} = \frac{I_K R_1 R_2 R_H}{R_H (R_1 R_2 + R_1 R_H + R_2 R_H)} = \frac{I_K R_1 R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_H + R_2 R_H}$$

Теперь оставляем в схеме источник ЭДС, а источник тока исключаем (внутреннее сопротивление источника тока равно бесконечности) (рис. 4, в) и определяем частичный ток через сопротивление нагрузки (I''_H)

$$R''_{\text{общ}} = R_2 + \frac{R_1 R_H}{R_1 + R_H}$$

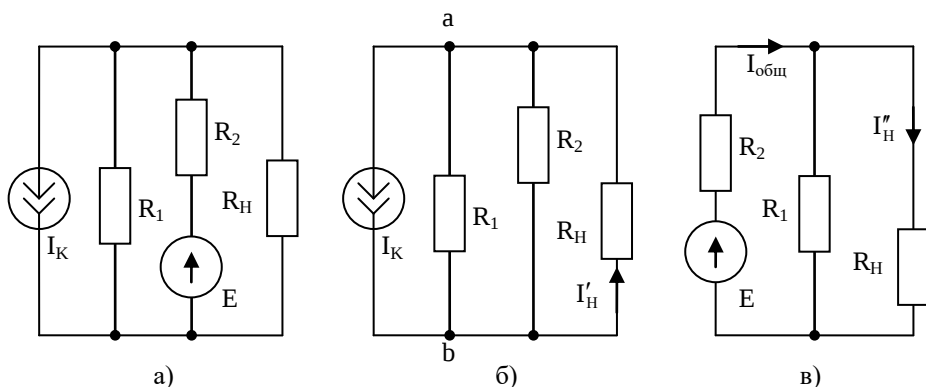


Рис. 4

$$I_{\text{общ}} = \frac{E}{R_{\text{общ}}} = \frac{E(R_1 + R_H)}{R_1 R_2 + R_1 R_H + R_2 R_H}$$

$$I_H'' = I_{\text{общ}} \frac{R_1}{R_1 + R_H} = \frac{E R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_H + R_2 R_H}$$

Частичные токи I_H' и I_H'' направлены в противоположные стороны. Следовательно, ток через сопротивление нагрузки равен разности частичных токов.

$$I_H = I_H'' - I_H' = \frac{E R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_H + R_2 R_H} - \frac{I_K R_1 R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_H + R_2 R_H} = 0,25 \text{ мА}$$

Теперь можно рассчитать и напряжение на сопротивлении нагрузки:

$$U_H = I_H R_H = 0,25 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^3 = 1,25 \text{ В}$$

Пример №5:

Для электрической схемы (рис. 5, а) методом эквивалентного генератора тока определить ток и напряжение в нагрузке, если $I_K = 4 \text{ мА}$, $E = 6 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = R_3 = R_H = 2 \text{ кОм}$

Сначала рассчитаем параметры активного двухполюсника – U_{xx} и $R_{вх}$ (со стороны зажимов а-б) при отключенной ветви с сопротивлением нагрузки R_H . Для определения напряжения холостого хода (U_{xx}) нужно предварительно рассчитать ток (I_3) через сопротивление (R_3). Расчет этого тока выполним методом наложения. Исключаем из схемы источник ЭДС, а оставляем источник тока (рис. 5, б) и рассчитываем частичный ток (I_3')

Так как $R_2 = R_3$, то $I_3' = \frac{1}{2} I_K = 2 \text{ мА}$.

Теперь исключаем источник тока, а оставляем источник ЭДС (рис. 5, в) и

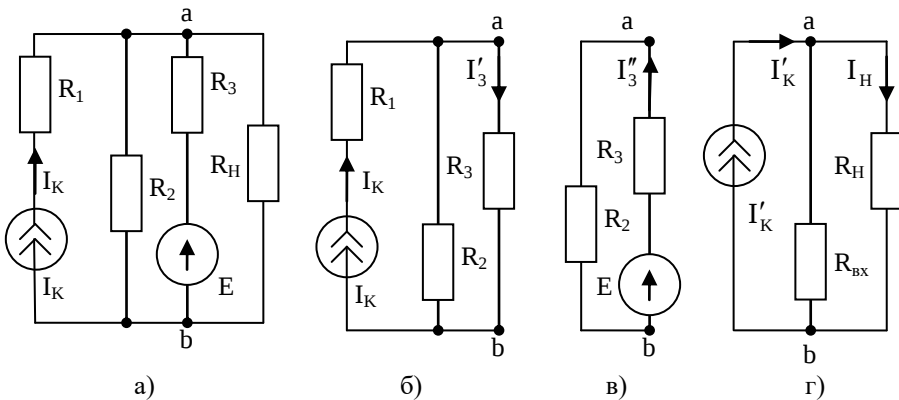


Рис.5

рассчитываем частичный ток (I_3''):

$$I_3'' = \frac{E}{R_2 + R_3} = 1,5 \text{ mA}$$

Частичные токи направлены в противоположные стороны, следовательно, ток через сопротивление (R_3) будет равен:

$$I_3 = I_3' - I_3'' = 0,5 \text{ mA}$$

Ток (I_3) направлен от узла а к узлу b.

Рассчитаем напряжение холостого хода (U_{xx}):

$$U_{xx} = U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = E + I_3 R_3 = 7 \text{ B}$$

Рассчитаем входное сопротивление ($R_{вх}$):

$$R_{вх} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 1 \text{ kOm}$$

Зная напряжение холостого хода и входное сопротивление, можно определить ток эквивалентного генератора тока

$$I_K' = \frac{U_{xx}}{R_{вх}} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 7 \text{ mA}$$

Схема эквивалентного генератора тока показана на рис. 5, г.

Из рис. 5, г видно, что сопротивление нагрузки (R_H) и входное сопротивление ($R_{вх}$) соединены параллельно, что дает возможность рассчитать ток (I_H):

$$I_H = I_K' \frac{R_{вх}}{R_{вх} + R_H} = 7 \cdot 10^{-3} \frac{1 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3} = 2,333 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 2,333 \text{ mA}$$

Напряжение на сопротивлении нагрузки (R_H) равно

$$U_H = I_H R_H = 2,333 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^3 = 4,666 \text{ B}$$

1.3. Задание №4 для индивидуального решения

Для электрической схемы рис.6 определить методом наложения ток и напряжение в нагрузке, если $R_1 = 10 \text{ kOm}$, $R_2 = 5 \text{ kOm}$, $R_H = 1 \text{ kOm}$, $I_K = 10 \text{ mA}$, $E = 10 \text{ B}$.

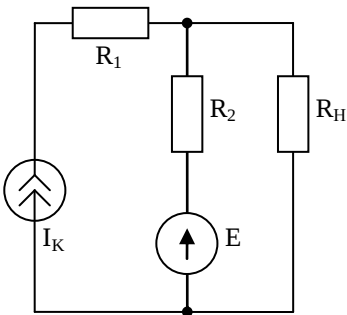


Рис.6

1.8. Комплексное задание

1. Для заданной электрической схемы составить систему независимых расчетных уравнений по законам Кирхгофа (расчет не выполнять)
2. Полагая, что в первой ветви известны направление и величина тока $I_1 = 2\text{A}$ и неизвестны величина и направление ЭДС E_1 , методом контурных токов определить токораспределение в схеме, а также ЭДС E_1 .
3. Составить баланс мощностей для заданной схемы.
4. Рассчитать токи в схеме методом узловых потенциалов (полагая E_1 известной). Сравнить их с результатами по П.2 в табличной форме с указанием погрешности.
5. Рассчитать ток во второй ветви схемы методом эквивалентного генератора.
6. Для внешнего контура заданной схемы построить потенциальную диаграмму.

Исходные данные к выполнению расчетов.

R_1 Ом	R_2 Ом	R_3 Ом	R_4 Ом	R_5 Ом	R_6 Ом	R_7 Ом	R_8 Ом	E_1 В	E_2 В	E_3 В	E_4 В	E_5 В	E_6 В	I_K А	I_1 А
4	4	5	3	2	3	2	3	?	40	50	60	30	15	4	2

I_K – ток источника тока

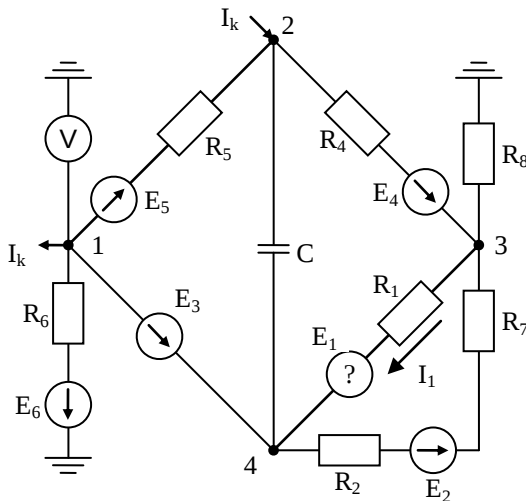


Рис 1. Исходная электрическая цепь

1.8.1. Порядок выполнения расчетов

Составление уравнений по законам Кирхгофа

Исключим из электрической цепи конденсатор и вольтметр. Между узлами 1 и 2 включим источник тока. Между узлами 1 и 3 включим ветвь из сопротивлений R_6 , R_8 и ЭДС E_6 . В результате получим схему, представленную на рис. 2

Выберем положительные направления (произвольно) токов в ветвях и обозначим их на схеме. Направления обхода контуров выбираем по часовой стрелке.

В схеме рис. 2 четыре узла. Следовательно, по первому закону Кирхгофа можно составить три независимых уравнения

$$n = y - 1 = 4 - 1 = 3$$

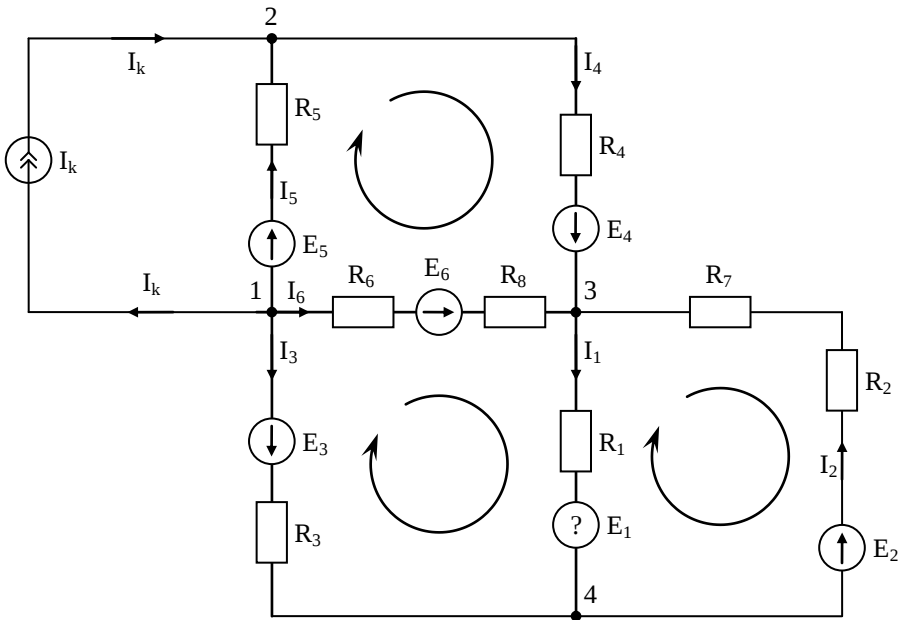


Рис. 2 Расчетная схема

узел 1	$-I_k - I_5 - I_3 - I_6 = 0$	или	$I_k + I_5 + I_3 + I_6 = 0$
узел 2	$I_k + I_5 - I_4 = 0$		
узел 3	$I_2 + I_6 - I_1 = 0$		

В схеме 7 ветвей ($v=7$) (с учетом ветви с источником тока).

Число уравнений, составляемых по второму закону Кирхгофа, равно

$$K = (v - v_{\text{ист.т.}}) - (y - 1) = 7 - 1 - (4 - 1) = 3$$

При составлении уравнений будем предполагать, что ЭДС E_1 направлена от узла 3 к узлу 4.

$$I_5 \cdot R_5 + I_4 \cdot R_4 - I_6 \cdot R_8 + I_6 \cdot R_6 = E_5 + E_4 - E_6$$

$$I_6 \cdot R_6 + I_6 \cdot R_8 + I_1 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3 = E_6 + E_1 - E_3$$

$$-I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_7 - I_2 \cdot R_2 = -E_1 - E_2$$

В результате получили шесть уравнений. В заданной схеме неизвестными являются шесть величин: пять токов и ЭДС E_1 . Совместное решение этих уравнений позволяет рассчитать все неизвестные параметры (расчеты не производим).

1.8.2. Расчет токораспределения и ЭДС E_1 методом контурных токов

Преобразуем источник тока в источник ЭДС E'_5

$$E'_5 = I_k \cdot R_5 = 4 \cdot 2 = 8 \text{ В}$$

Включим его в ветвь между узлами 1 и 2 последовательно с ЭДС E_5 .

Направление ЭДС E'_5 выбирается встречно току источника тока (I_k). С учетом этого преобразования схема будет иметь вид (рис. 3). Направим контурные токи I_{11} , I_{22} и I_{33} по часовой стрелке. Направления обхода контуров также совместим с направлением часовой стрелки.

Выразим контурный ток I_{22} через заданный ток I_1 и контурный ток I_{33} .

$$I_1 = I_{22} - I_{33}; \quad I_{22} = I_1 + I_{33} = 2 + I_{33}.$$

Для выделенных контуров составим систему уравнений по второму закону Кирхгофа.

$$I_{11}(R_5 + R_4 + R_8 + R_6) - I_{22}(R_6 + R_8) = E_5 + E'_5 + E_4 - E_6$$

$$I_{22}(R_3 + R_6 + R_8 + R_1) - I_{11}(R_6 + R_8) - I_{33}R_1 = E_1 + E_6 - E_3$$

$$I_{33}(R_1 + R_2 + R_7) - I_{22} \cdot R_1 = -E_1 - E_2$$

Подставим численные значения сопротивлений, ЭДС и тока I_1

$$11I_{11} - (2 + I_{33}) \cdot 6 = 83$$

$$11I_{11} - 6I_{33} = 95$$

$$-6I_{11} + (2 + I_{33}) \cdot 15 - 4I_{33} = -35 + E_1 \quad \text{или} \quad -6I_{11} + 11I_{33} = -65 + E_1$$

$$-(2 + I_{33}) \cdot 4 + 10I_{33} = -E_1 - 40$$

$$6I_{33} = -32 - E_1$$

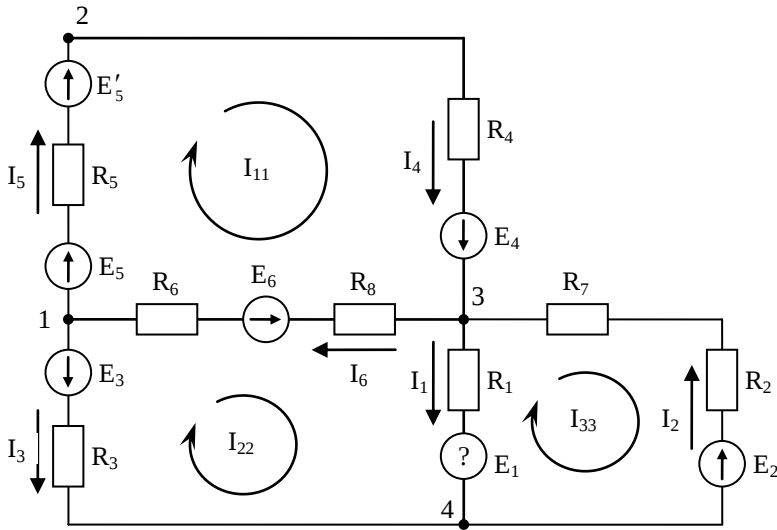


Рис. 3

Сложив два последних уравнения, получим систему из двух уравнений с двумя неизвестными. Решив эту систему, найдем контурные токи I_{33} и I_{11}

$$\left. \begin{aligned} 1I_{11} - 6I_{33} &= 95 \\ -6I_{11} + 17I_{33} &= -97 \end{aligned} \right\} I_{33} = -3,29 \text{ A}; I_{11} = 6,84 \text{ A}; I_{22} = 2 + I_{33} = -1,29 \text{ A}$$

Рассчитаем ЭДС E_1

$$6I_{33} = -32 - E_1; \quad E_1 = -32 - 6I_{33} = -12,26 \text{ В}; \quad E_1 = -12,26 \text{ В}$$

Отрицательное значение ЭДС означает, что реальное направление E_1 противоположно выбранному при расчетах, т.е. оно направлено от узла 4 к узлу 3

Возвращаемся к схеме рис 2 и рассчитаем токи ветвей.

$$I_2 = -I_{33} = 3,29 \text{ A}; I_3 = -I_{22} = 1,29 \text{ A}; I_4 = I_{11} = 6,84 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{11} - I_k = 6,84 - 4 = 2,84 \text{ A}; \quad I_6 = I_{22} - I_{11} = -1,29 - 6,84 = -8,13 \text{ A}.$$

(реальный ток I_6 течет в противоположном направлении, т.е. от узла 3 к узлу 1).

1.8.3. Расчет баланса мощностей

$$\sum E_i \cdot I_i + U_{21} \cdot I_k = \sum I_i^2 \cdot R_i$$

Замечание 1. В связи с тем, что токи I_1 и I_6 по направлению не совпадают с ЭДС E_1 и E_6 , то эти источники работают а режиме потребления энергии, следовательно, их мощности должны входить в общую сумму со знаком, «минус».

Замечание 2. Мощность, отдаваемая источником тока, рассчитывается следующим образом.

$$P_{21} = U_{21} \cdot I_k = (\varphi_2 - \varphi_1) \cdot I_k = (E_5 - I_5 \cdot R_5) \cdot I_k = (30 - 2,84 \cdot 2) \cdot 4 = 97,28 \text{ Вт}$$

Расчет мощностей

$$\sum E_i \cdot I_i + U_{21} \cdot I_k = E_5 \cdot I_5 + E_4 \cdot I_4 - E_6 \cdot I_6 + E_3 \cdot I_3 - E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + U_{21} \cdot I_k = \\ = 30 \cdot 2,84 + 60 \cdot 6,84 - 15 \cdot 8,13 + 50 \cdot 1,29 - 12,26 \cdot 2 + 40 \cdot 3,29 + 97,28 = 642,51 \text{ Вт}$$

$$\sum I_i^2 \cdot R_i = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot (R_2 + R_7) + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot (R_6 + R_8) = \\ = 16 + 64,945 + 8,32 + 140,35 + 16,14 + 396,6 = 642,36 \text{ Вт.}$$

Равенство отдаваемой и потребляемой мощности говорит о том, что расчеты токов проведены правильно.

1.8.4. Расчет токораспределения методом узловых потенциалов

Принимаем потенциал узла (4) (рис.2) равным нулю, т.е. $\varphi_4 = 0$.

Записываем систему уравнений.

$$\begin{cases} \varphi_1 \cdot (g_3 + g_5 + g_{68}) - \varphi_2 \cdot g_5 - \varphi_3 \cdot g_{68} = -E_3 \cdot g_3 - E_5 \cdot g_5 - E_6 \cdot g_{68} - I_k \\ \varphi_2 \cdot (g_5 + g_4) - \varphi_1 \cdot g_5 - \varphi_3 \cdot g_4 = E_5 \cdot g_5 - E_4 \cdot g_4 + I_k \\ \varphi_3 \cdot (g_{68} + g_4 + g_1 + g_{27}) - \varphi_1 \cdot g_{68} - \varphi_2 \cdot g_4 = E_1 \cdot g_1 + E_2 \cdot g_{27} + E_6 \cdot g_{68} + E_4 \cdot g_4 \end{cases}$$

$$\text{Здесь } (g_i) - \text{проводимости ветвей; } g_{68} = \frac{1}{R_6 + R_8}, \quad g_{27} = \frac{1}{R_2 + R_7}.$$

Рассчитаем численные значения проводимостей (g_i) и подставим их в систему уравнений. В результате получим:

$$g_1=0,25 \text{ см}, \quad g_{27}=0,166666 \text{ см}, \quad g_3=0,2 \text{ см}, \quad g_4=0,333333 \text{ см}, \quad g_5=0,5 \text{ см}, \\ g_{68}=0,166666 \text{ см.}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 \cdot 0,866666 & -\varphi_2 \cdot 0,5 & -\varphi_3 \cdot 0,166666 & = -31,5 \\ -\varphi_1 \cdot 0,5 & +\varphi_2 \cdot 0,833333 & -\varphi_3 \cdot 0,333333 & = -1 \\ -\varphi_1 \cdot 0,166666 & -\varphi_2 \cdot 0,333333 & +\varphi_3 \cdot 0,91666666 & = 32,2 \end{cases}$$

Для определения потенциалов ($\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$) найдем определитель системы и его дополнения ($\Delta, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$).

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,866666 & -0,5 & -0,166666 \\ -0,5 & 0,8333333 & -0,3333333 \\ -0,166666 & -0,3333333 & 0,91666666 \end{vmatrix} = 0,25787$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -31,5 & -0,5 & -0,166666 \\ -1 & 0,8333333 & -0,3333333 \\ 32,2 & -0,3333333 & 0,91666666 \end{vmatrix} = -11,228222$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,866666 & -31,5 & -0,166666 \\ -0,5 & -1 & -0,333333 \\ -0,166666 & 32,23 & 0,916666 \end{vmatrix} = -4,957446$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,866666 & -0,5 & -31,5 \\ -0,5 & 0,833333 & -1 \\ -0,166666 & -0,333333 & 32,23 \end{vmatrix} = 5,222501$$

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -43,54218 \text{ В}; \quad \varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -19,224593 \text{ В}; \quad \varphi_3 = +20,252413 \text{ В}$$

Приведенный выше расчет предлагаем выполнить в программе Matlab.

Программа расчета $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$

```
g11 = 0.866666
g12 = -0.5
g13 = -0.1666666
g21 = -0.5
g22 = 0.8333333
g23 = -0.333333
g31 = -0.1666666
g32 = -0.333333
g33 = 0.9166666

G = [g11 g12 g13;
     g21 g22 g23;
     g31 g32 g33] % матрица G
d = det(G) % определитель матрицы G

I11 = -31.5
I22 = -1
I33 = 32.5

A11 = [I11 g12 g13;
      I22 g22 g23;
      I33 g32 g33] % матрица A11
d11 = det(A11) % определитель матрицы A11
f1 = d11/d % потенциал первого узла

A22 = [g11 I11 g13;
      g21 I22 g23;
      g31 I33 g33] % матрица A22
d22 = det(A22) % определитель матрицы A2
f2 = d22/d % потенциал второго узла
```

```

A33 = [g11 g12 I11;
       g21 g22 I22;
       g31 g32 I33] % матрица A33
d33 = det(A33)      % определитель матрицы A33
f3 = d33/d           % потенциал третьего узла

```

Получим следующие результаты расчета:

```

G =
    0.8667 -0.5000 -0.1667
   -0.5000  0.8333 -0.3333
   -0.1667 -0.3333  0.9167
d = 0.2579
A11 =
   -31.5000 -0.5000 -0.1667
   -1.0000  0.8333 -0.3333
    32.5000 -0.3333  0.9167

d11 = -11.1458
f1 = -43.2234
A22 =
    0.8667 -31.5000 -0.1667
   -0.5000 -1.0000 -0.3333
   -0.1667 32.5000  0.9167
d22 = -4.8570
f2 = -18.8354
A33 =
    0.8667 -0.5000 -31.5000
   -0.5000  0.8333 -1.0000
   -0.1667 -0.3333 32.5000
d33 = 5.3498
f3 = 20.7465

```

где $f_1 = \varphi_1$, $f_2 = \varphi_2$, $f_3 = \varphi_3$.

Расчет токов проводим по формуле:

$$I_{12} = \frac{\pm E_{12} - (\varphi_2 - \varphi_1)}{R_{12}},$$

где I_{12} – ток ветви между узлами (1 и 2), направлен от узла (1) к узлу (2);
 E_{12} – ЭДС ветви между узлами (1 и 2), берется с (+), если она направлена к узлу (2) и наоборот;

φ_1 и φ_2 – потенциалы узлов (1 и 2),

R_{12} – сопротивление ветви между узлами (1 и 2).

Используя эту формулу, рассчитаем токи в ветвях заданной схемы.

$$I_1 = \frac{E_1 - (\varphi_3 - \varphi_4)}{R_1} = \frac{12,26 - 20,252413}{4} = -1,9918 \text{ А}$$

Отрицательный знак показывает, что реальный ток (I_1) течет от узла (3) к узлу (4).

$$I_2 = \frac{E_2 - (\varphi_3 - \varphi_4)}{R_2 - R_7} = \frac{40 - 20,252413}{4 + 2} = 3,29 \text{ А}$$

$$I_3 = \frac{E_3 - (\varphi_4 - \varphi_1)}{R_3} = \frac{50 - 43,54218}{5} = 1,29 \text{ А}$$

$$I_4 = \frac{E_4 - (\varphi - \varphi_2)}{R_4} = \frac{60 - (20,252413 + 19,224593)}{3} = 6,84 \text{ А}$$

$$I_5 = \frac{E_5 - (\varphi_2 - \varphi_1)}{R_5} = \frac{30 - (-19,224593 + 43,54218)}{2} = 2,84 \text{ А}$$

$$I_6 = \frac{-E_6 - (\varphi_1 - \varphi_3)}{R_6 + R_8} = \frac{-15 - (-43,54218 - 20,252413)}{3 + 3} = -8,13 \text{ А}$$

Сравнение результатов расчета токов различными методами

Токи, А	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
Метод контурных токов	2	3,29	1,29	6,84	2,84	-8,13
Метод узловых потенциалов	1,9981	3,29	1,29	6,84	2,84	-8,13
Погрешность расчета, %	0	0	0	0	0	0

1.8.5. Расчет тока во второй ветви методом эквивалентного генератора

Разрываем ветвь с током (I_2) и подсчитываем напряжение между точками разрыва (m , m') (напряжение холостого хода U_{XX}). Получим схему, изображенную на рис. 4

Рассчитаем контурные токи (I_{11} и I_{22}) и ток через сопротивление R_1 (I'_1)

$$\begin{cases} I_{11}(R_4 + R_5 + R_6 + R_8) - I_{22}(R_6 + R_8) = (E_5 + E'_5 + E_4 - E_6) \\ I_{22}(R_6 + R_8 + R_1 + R_3) - I_{11}(R_6 + R_8) = E_6 - E_1 - E_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{22}(R_6 + R_8 + R_1 + R_3) - I_{11}(R_6 + R_8) = E_6 - E_1 - E_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 11I_{11} - 6I_{22} = 83 \\ -6I_{11} + 15I_{22} = -47,26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6I_{11} + 15I_{22} = -47,26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{11} = \frac{83 + 6I_{22}}{11} \\ \frac{-6(83 + 6I_{22})}{11} + 15I_{22} = -47,26 \end{cases}$$

$$-45,2727 - 3,272727 I_{22} + 15 I_{22} = -47,26 \quad I_{22} = -0,169459 \text{ A}$$

Следовательно, ток $I'_1 = -I_{22} = 0,169459 \text{ A}$. Применяя второй закон

Кирхгофа для контура(а m m' в с d n а), запишем уравнение:

$$U_{xx} - I'_1 \cdot R_1 = E_2 - E_1$$

$$U_{xx} = E_2 - E_1 + I'_1 \cdot R_1 = 40 - 12,26 + 0,169459 \cdot 4 = 27,9095$$

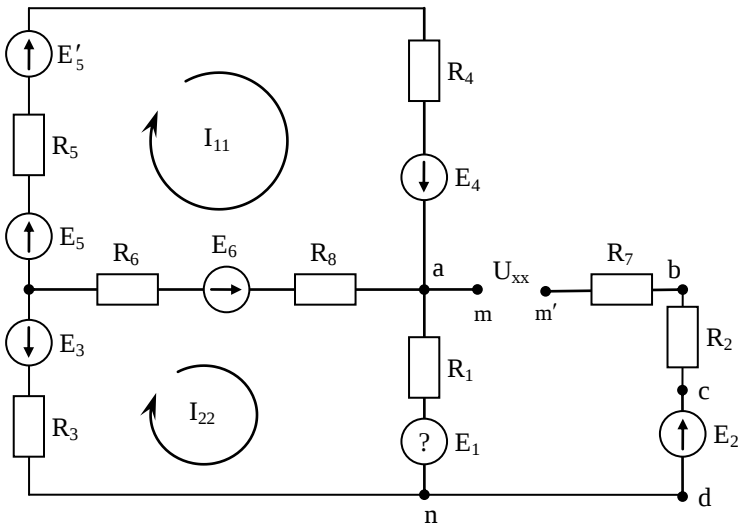


Рис. 4

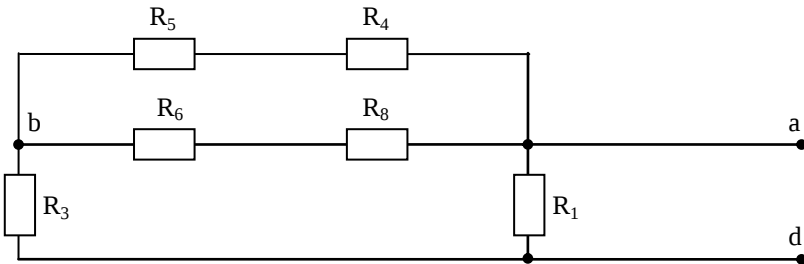


Рис. 5

Рассчитаем входное сопротивление схемы со стороны разрыва ветви, т.е. со стороны (ad). С этой целью замыкаем все источники ЭДС накоротко. В результате получаем схему, представленную на рис. 5

$$R_{ab} = \frac{(R_5 + R_4) \cdot (R_6 + R_8)}{R_5 + R_4 + R_6 + R_8} = 2,7272727 \text{ Ом}$$

$$R_3 = R_{ab} + R_3 = 2,7272727 + 5 = 7,7272727 \text{ Ом}$$

$$R_{bx} = \frac{R_3 \cdot R_1}{R_3 + R_1} = \frac{7,7272727 \cdot 4}{7,7272727 + 4} = 2,635659 \text{ Ом}$$

Теперь рассчитаем ток во второй ветви I_2

$$I_2 = \frac{U_{xx}}{R_{bx} + R_2 + R_7} = \frac{27,9095}{2,635659 + 4 + 2} = 3,23 \text{ А}$$

Погрешность при расчете тока составляет:

$$\varepsilon_{\%} = \frac{3,29 - 3,23}{3,23} \cdot 100 = 1,8\%$$

1.8.6. Расчет и построение потенциальной диаграммы

Обозначим на схеме рис. 6 реальные направления токов и ЭДС внешнего контура. Примем потенциал точки (1) равным нулю, т.е. $\varphi_1 = 0$

Рассчитаем потенциалы всех точек, обходя контур по часовой стрелке (рис. 6).

Замечание. Источник тока учтен при расчете тока I_5 . Поэтому в схему рис.6 ЭДС E'_5 не включаем.

$$\varphi_2 = \varphi_1 + E_5 = 0 + 30 = 30 \text{ В}$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 - I_5 \cdot R_5 = 30 - 2,84 = 24,32 \text{ В}$$

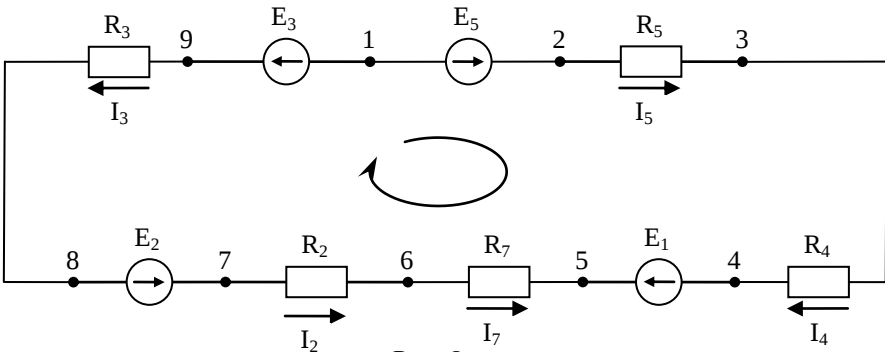


Рис. 6

$$\varphi_1 = \varphi_3 - I_4 \cdot R_4 = 24,32 - 6,84 = 3,8 \text{ В}$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 + E_4 = 3,8 + 60 = 63,8 \text{ В}$$

$$\varphi_6 = \varphi_5 + I_5 \cdot R_7 = 63,8 + 3,29 \times 2 = 70,38\text{В}$$

$$\varphi_7 = \varphi_6 - I_2 \cdot R_2 = 70,38 - 3,29 = 83,54\text{В}$$

$$\varphi_8 = \varphi_7 - E_2 = 83,54 - 40 = 43,54\text{В}$$

$$\varphi_9 = \varphi_8 + I_3 \cdot R_3 = 43,54 + 1,29 \cdot 5 = 49,99\text{В}$$

$$\varphi_1 = \varphi_9 - E_3 = 49,99 - 50 = 0\text{В}$$

Выберем масштаб по напряжению и сопротивлению:

$$m_U = 10 \text{ В/см} \quad m_R = 1 \text{ Ом/см}$$

По оси абсцисс откладываем сопротивления вдоль контура, начиная с точки (1), по оси ординат – потенциалы.

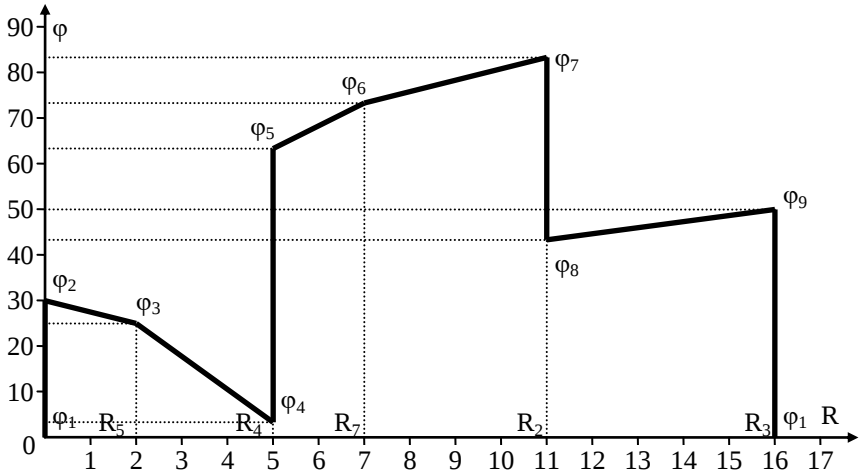


Рис.7. Потенциальная диаграмма для замкнутого внешнего контура заданной схемы

1.8.7. Задание и схемы для самостоятельного проведения расчетов

Для облегчения исследований и проведения расчетов оставим задание для самостоятельной работы студентов таким же, что и рассмотренное выше. Повторим его.

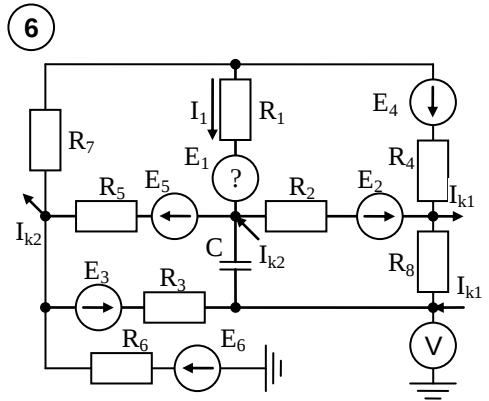
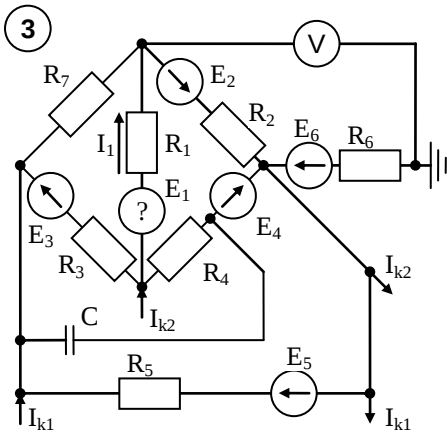
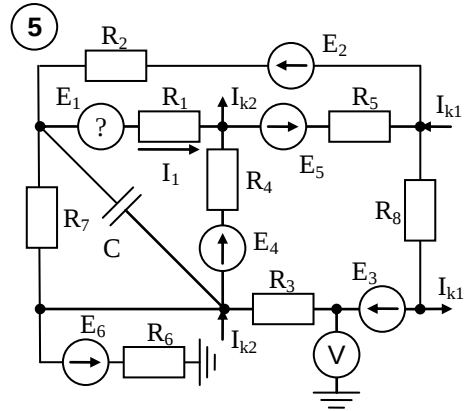
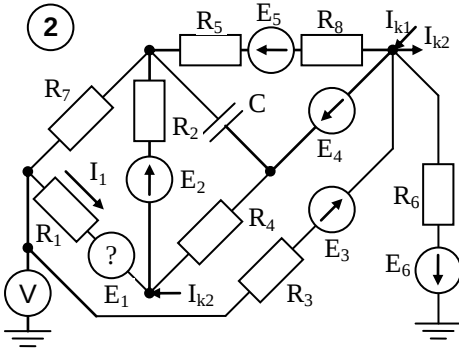
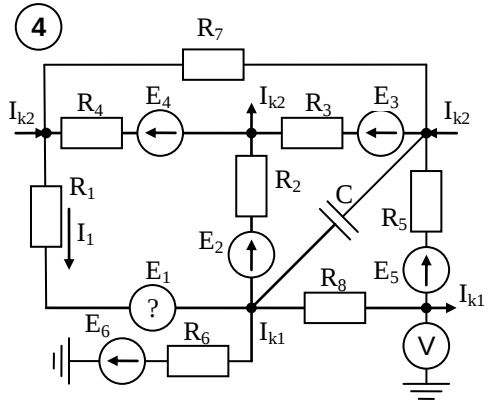
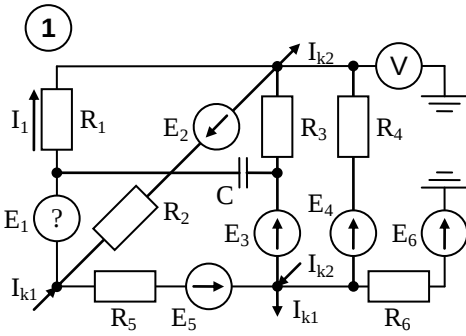
1. Для заданной электрической схемы составить систему независимых расчетных уравнений по законам Кирхгофа (расчет не выполнять).

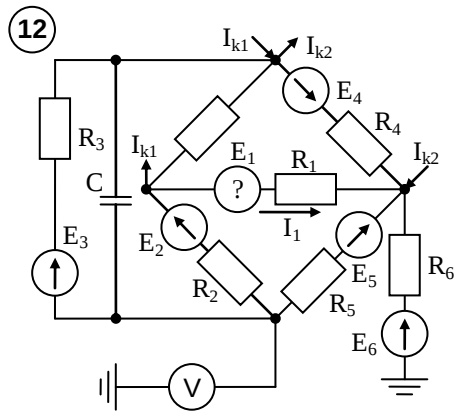
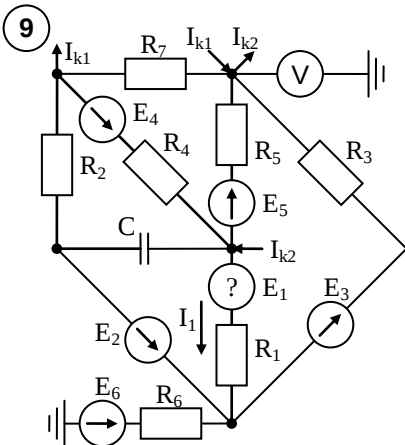
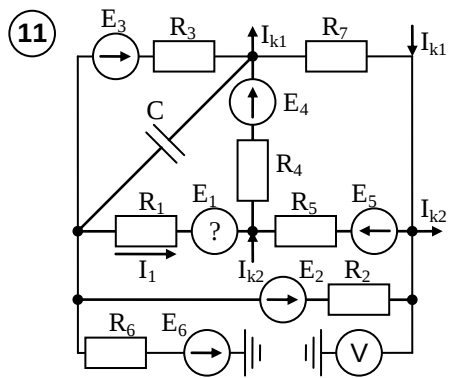
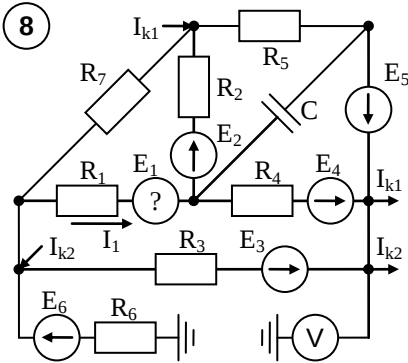
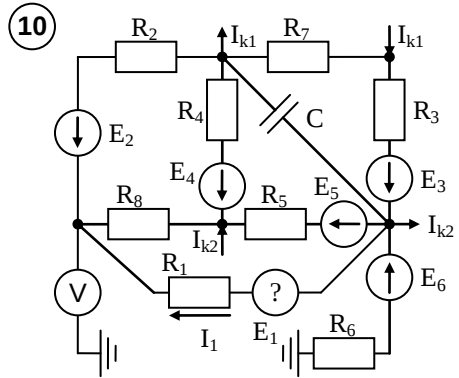
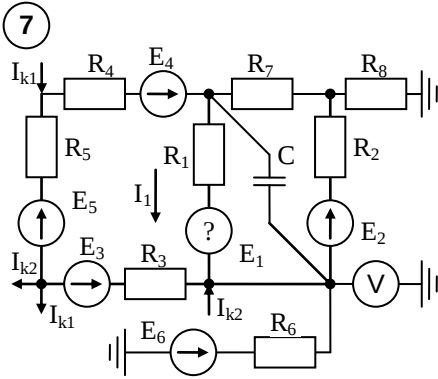
2. Полагая, что в первой ветви известны направление и величина тока $I_1 = 2$ А и неизвестны величина и направление ЭДС E_1 , методом контурных токов определить токораспределение в схеме, а также ЭДС E_1 .
3. Составить баланс мощностей для заданной схемы.
4. Рассчитать токи в схеме методом узловых потенциалов (полагая I_1 известной). Сравнить их с результатами по п.2. в табличной форме с указанием погрешности.
5. Рассчитать ток во второй ветви схемы методом эквивалентного генератора.
6. Для внешнего контура заданной схемы построить потенциальную диаграмму.

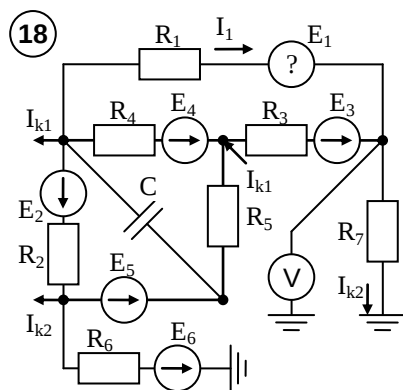
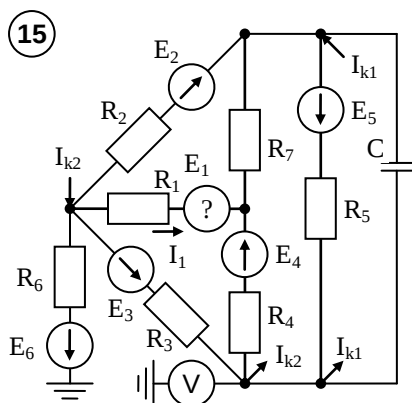
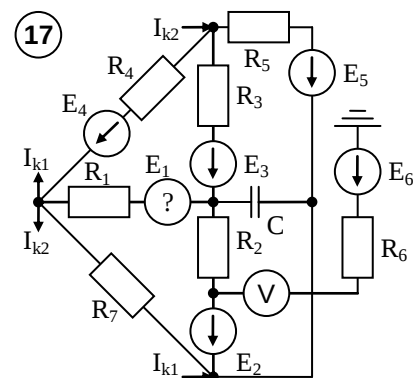
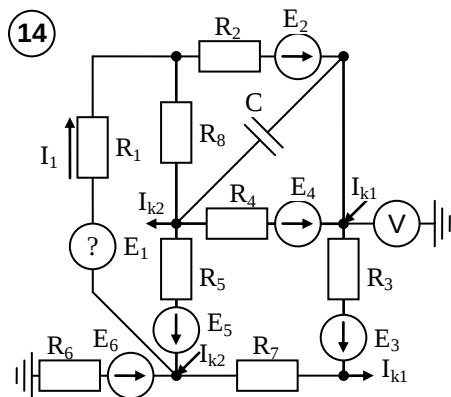
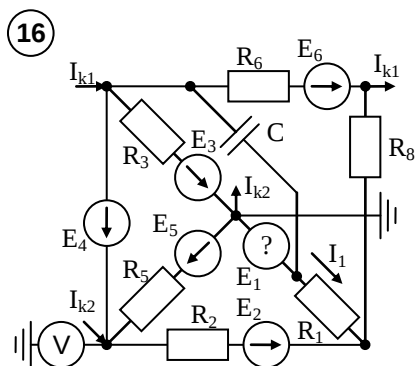
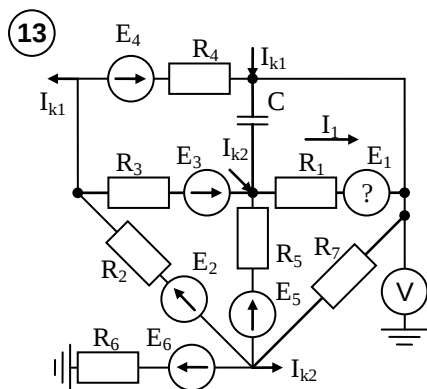
Варианты параметров схемы	1	2	3	4	5	6
$R_1, \text{ Ом}$	8	6	5	4	3	2
$R_2, \text{ Ом}$	5	4	5	4	4	3
$R_3, \text{ Ом}$	4	5	6	5	4	4
$R_4, \text{ Ом}$	6	4	5	3	5	6
$R_5, \text{ Ом}$	6	5	2	2	6	4
$R_6, \text{ Ом}$	7	8	2	3	7	4
$R_7, \text{ Ом}$	2	3	2	2	8	7
$R_8, \text{ Ом}$	3	2	2	3	2	8
$E_1, \text{ В}$	?	?	?	?	?	?
$E_2, \text{ В}$	50	40	50	40	20	30
$E_3, \text{ В}$	30	30	40	50	30	40
$E_4, \text{ В}$	40	20	30	60	40	50
$E_5, \text{ В}$	50	50	20	30	50	60
$E_6, \text{ В}$	30	20	10	15	20	20

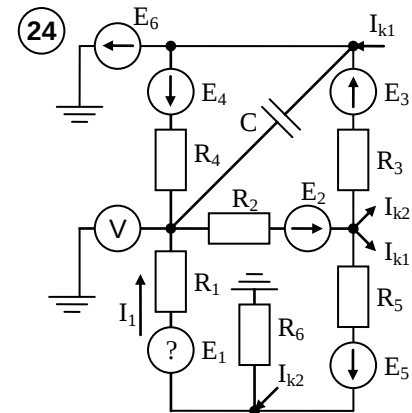
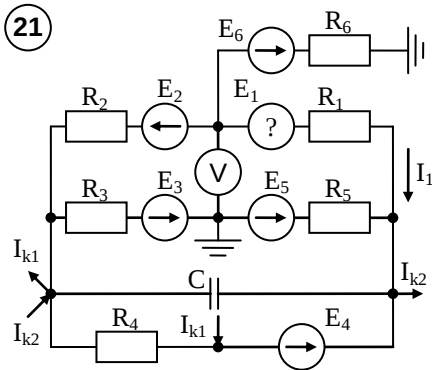
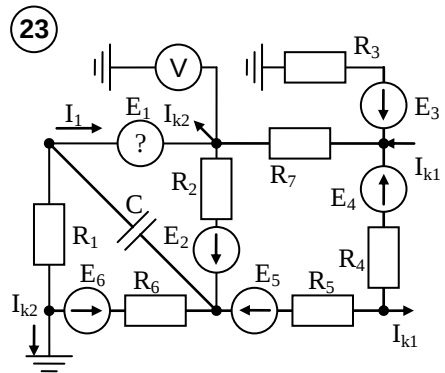
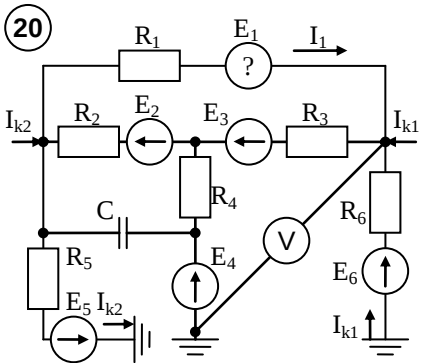
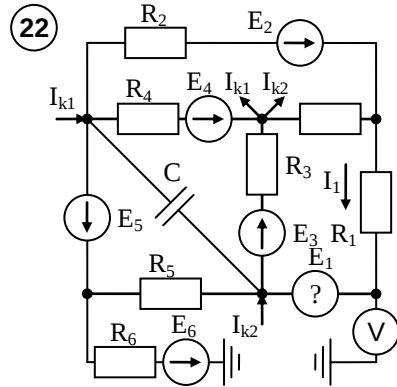
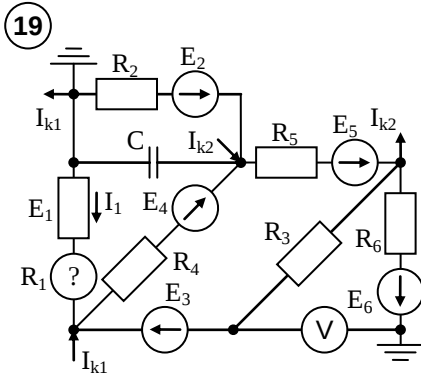
Примечания:

1. Номер схемы и варианты её параметры, а также вариант ток источника тока «А» или «В» задается преподавателем.
2. Для всех схем принять
 для варианта «А»: $I_{K1} = 4$ А, $I_{K2} = 0$, $I_1 = 2$ А;
 для варианта «В»: $I_{K1} = 0$, $I_{K2} = 4$ А, $I_1 = 2$ А.

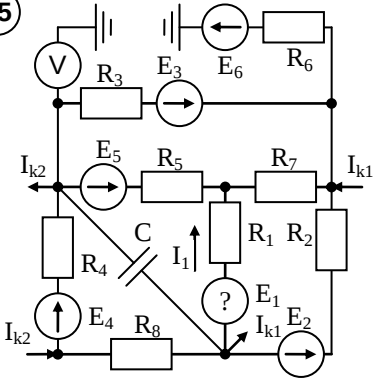




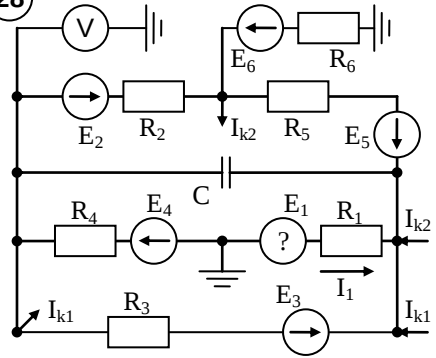




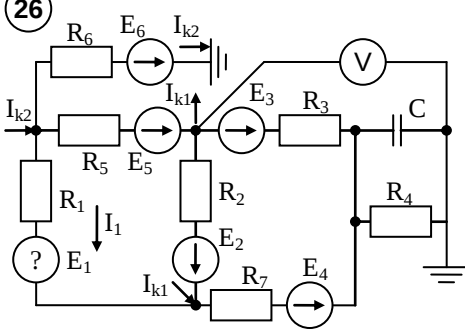
25



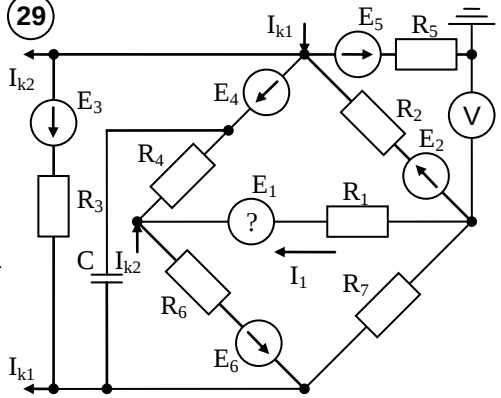
28



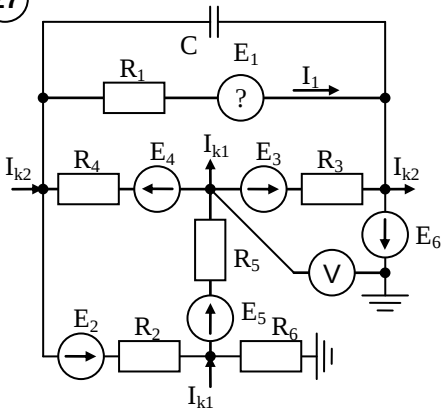
26



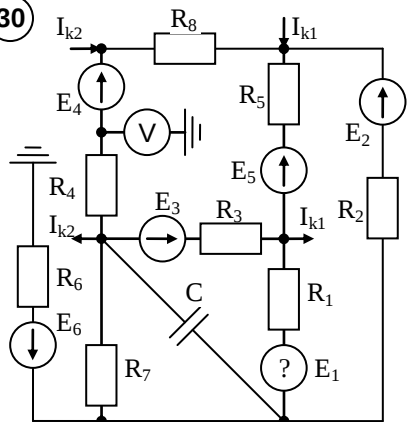
29



27



30



2. Синусоидальный ток

2.1. Общие положения

Ток считается синусоидальным, если он изменяется по закону синуса:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i), \text{ где}$$

I_m – амплитудное значение тока;

ω – угловая частота;

φ_i – начальная фаза.

Подобное определение имеют напряжение и ЭДС.

При расчетах электрических цепей обычно пользуются не мгновенными значениями, а комплексными амплитудами синусоидальных величин. Комплексные амплитуды записываются для момента времени $t = 0$, при этом используются три формы записи комплексных амплитуд:

- показательная: $\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi}$;
- тригонометрическая: $\dot{I}_m = I_m \cos \varphi + j I_m \sin \varphi$
- алгебраическая: $\dot{I}_m = a + jb$, где $a = I_m \cos \varphi$, $b = I_m \sin \varphi$

Показательная форма используется при делении и умножении, а алгебраическая – при сложении и вычитании комплексных чисел. Переход из одной формы в другую покажем на примерах.

Перевести из показательной формы записи в алгебраическую комплексное число:

$$50e^{j60^\circ} = 50 \cos 60^\circ + j50 \sin 60^\circ = 25 + j43,3$$

Перевести из алгебраической формы записи в показательную комплексное число $12 + j16$

$$\text{Определяем модуль комплексного числа: } M = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$$

$$\text{Определяем аргумент комплексного числа: } \varphi = \arctg \frac{16}{12} = 53^\circ$$

$$\text{Следовательно, } 12 + j16 = 20e^{j53^\circ}$$

Катушка индуктивности (L) и конденсатор (C) в цепи синусоидального тока оказывают определенное сопротивление протеканию тока. Величина этого сопротивления определяется из выражений:

$$X_L = \omega L; \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

В комплексной форме эти сопротивления запишутся в следующем виде:

$$\underline{X}_L = j\omega L = jX_L; \quad \underline{X}_C = \frac{1}{j\omega C} = -jX_C$$

При последовательном соединении элементов R, L, C модуль общего сопротивления определяется из выражения:

$$Z = \sqrt{(\sum R)^2 + (\sum X_L - \sum X_C)^2}$$

В комплексной форме:

$$\underline{Z} = Ze^{\pm j\varphi}, \quad \varphi = \arctg \frac{\sum X_L - \sum X_C}{\sum R}$$

При параллельном соединении элементов R, L, C модуль общей проводимости определяется из выражения:

$$Y = \sqrt{(\sum g)^2 + (\sum b_L - \sum b_C)^2}, \quad \text{где } \sum g, \sum b_L, \sum b_C \text{ соответственно}$$

сумма активных, емкостных и индуктивных проводимостей ветвей схемы.

Проводимости каждой ветви определяются по формулам

$$g = \frac{R}{Z^2}, \quad b_C = \frac{X_C}{Z^2}, \quad b_L = \frac{X_L}{Z^2}, \quad \text{где } Z - \text{ полное сопротивление ветви.}$$

В комплексной форме общая проводимость

$$\underline{Y} = Ye^{\pm j\varphi}, \quad \varphi = \arctg \frac{\sum b_L - \sum b_C}{\sum g}$$

Переход к комплексным величинам позволяет производить расчеты токов и напряжений в цепях синусоидального тока так же как и в цепях постоянного тока. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме имеют вид (для действующих значений)

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}, \quad \sum \dot{I}_K \underline{Z}_K = \sum \dot{E}_K, \quad \sum \dot{I}_K = 0$$

Мощности определяются из соотношений (в модулях)

- полная мощность $S = UI$ [ВА]
- активная мощность $P = UI \cos \varphi$ [Вт]
- реактивная мощность $Q = UI \sin \varphi$ [ВА_р]

Если известны комплексы напряжения ($\dot{U} = Ue^{j\varphi_u}$) и тока ($\dot{I} = Ie^{j\varphi_i}$), то мощности можно рассчитать из следующих выражений.

$$\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^* = Ue^{+j\varphi_u} Ie^{-j\varphi_i} = UIe^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = UIe^{j\varphi} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ$$

Комплекс полной мощности (значок « $\sim$ » – тильда) равен произведению комплекса напряжения на сопряженный комплекс тока.

Для уяснения основных положений о синусоидально-изменяющихся величинах (ток, напряжение, ЭДС), о представлении их комплексными числами, уяснения законов Ома и Кирхгофа предлагается студентам самостоятельно проработать учебный материал и решить нижеприведенное задание №5 (вопросы и ответы на них выполнить в рабочих тетрадях)

2.2. Задание №5 для индивидуального решения

Простейшие задачи

1. Перечислить основные характеристики синусоидальной функции.
2. Найти частоту переменного тока, имеющего период 0,04 с.
3. Найти период переменной ЭДС при частоте 50 Гц.
4. Что характеризует угловая частота?
5. Определить угловую частоту, если период равен 0,02 с.
6. Найти период, если угловая частота равна 152 рад/с.
7. Определить среднее и действующее значение следующих функций:
 $u = 100\sin(\omega t - 60^\circ)$; $i = 1,41\cos(\omega t - 60^\circ)$
 Изобразить их вектора на комплексной плоскости.
8. Дать запись мгновенных значений $\dot{I} = 10e^{-j45^\circ}$; $\dot{U} = 100e^{j30^\circ}$. Определить угол $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$.
9. Перевести из показательной формы записи в алгебраическую комплексные числа: $100e^{j60^\circ}$, $100e^{j120^\circ}$, $100e^{j180^\circ}$, $100e^{-j120^\circ}$, $100e^{-j60^\circ}$.
10. Перевести из алгебраической формы записи в показательную комплексные числа: $60 + j40$, $-60 + j40$, $-60 - j40$, $60 - j40$.
11. Катушка с $R = 30 \text{ Ом}$; $X_L = 40 \text{ Ом}$ подключена к сети переменного тока с $U = 100 \text{ В}$. Определить действующее значение ЭДС самоиндукции E , возникающей в катушке.
12. Ток в катушке, включенной на постоянное напряжение 2,1 В равен 0,3 А. При включении той же катушки на синусоидальное напряжение 50 В с частотой 50 Гц ток равен 2 А. Определить активное сопротивление и индуктивность катушки.
13. Последовательно с электрической лампочкой (60 Вт, 127 В) включен конденсатор. Определить емкость конденсатора, при котором лампа будет работать в номинальном режиме, если напряжение сети 220 В, частота 50 Гц.
14. Дано $\dot{I} = 2e^{-j35^\circ} \text{ А}$; $u = 141\sin(\omega t + 10^\circ) \text{ В}$. Определить $\tilde{S}, P, Q$.

Последовательное соединение элементов R, L, C

1. На рисунке 6 (а, б) в комплексной плоскости расположены векторы тока и напряжения $U = 282 \text{ В}$, $I = 10 \text{ А}$. Определить величины последовательного соединения R и X , дать схему их соединения. Определить $\tilde{S}, P, Q$.
2. В схеме рис. 7 резонанс напряжений. Как повлияет на показания приборов уменьшение емкости конденсатора? (фазометр – прибор, измеряющий сдвиг по фазе между током и напряжением, то есть угол φ).
3. В схеме рис. 7 $X_L > X_C$. Что произойдет с показаниями приборов при повышении частоты в питающей сети?

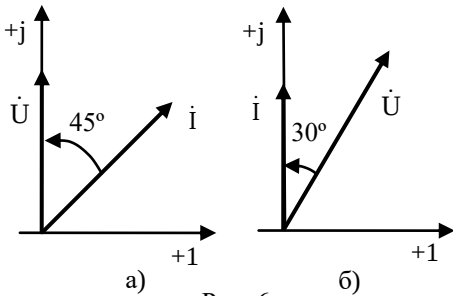


Рис. 6

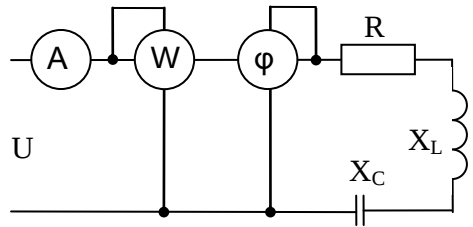


Рис. 7

4. В схеме рис. 7 $X_C > X_L$. Как повлияет на показания приборов увеличение X_L до величины, равной X_C ?
 5. В схеме рис. 7 резонанс напряжений. Частота питающей сети уменьшилась. Как изменились показания приборов?
 6. В схеме рис. 7 $U_R = U_L = U_C = 10$ В. Определить напряжение на входе схемы.
 7. В схеме рис. 7 $U_R = 3$ В; $U_L = 6$ В; $U_C = 10$ В. Определить напряжение на входе схемы.
 8. В схеме рис. 7 $u = 282 \cos(\omega t - 60^\circ)$, $R = 10$ Ом, $X_L = X_C = 20$ Ом. Определить показания приборов. Построить векторную диаграмму.
 9. В схеме рис. 7 $U_R = U_L = U_C = 10$ В. Написать комплексное напряжение на емкости, если начальная фаза напряжения сети $\psi_U = -120^\circ$
 10. В схеме рис. 7 $u = 141 \sin(2000t + 30^\circ)$ В; $R = 15$ Ом; $L = 2,5$ Гн. При какой величине емкости показание амперметра будет наибольшим?
 11. В схеме рис. 7 $X_C = 0$. Определить напряжение на входе схемы, если $R = 30$ Ом; $L = 0,4$ Гн; $i = 2,82 \sin(100t + 90^\circ)$ А
 12. В схеме рис. 7 $U = 120$, частота 50 Гц, ток $I = 4$ А, активная мощность $P = 240$ Вт. Определить R , C , если $L = 0,142$ Гн.
 13. Что характеризует реактивная мощность?
 14. При синусоидальном токе, частотой 50 Гц сопротивление катушки равно 41 Ом, а при постоянном токе 9 Ом. При какой частоте наступит резонанс, если последовательно с катушкой включить конденсатор емкостью 51 мкФ.
 15. В чем опасность резонанса, если он наступает непредусмотрено?
- Параллельное соединение элементов R, L, C
1. На рис. 8, с дана векторная диаграмма, выбрать схему, соответствующую заданной векторной диаграмме.
 2. Определить ток в общей цепи рис. 9, если $I_1 = 3$ А; $I_2 = 4$ А.
 3. В схеме рис. 10 определить коэффициент мощности и ток в общей цепи, если $I_1 = I_2 = 1,41$ А, а углы сдвига фазы $|\varphi_1| = |\varphi_2| = 45^\circ$
 4. В схеме рис.10 $X_L = 0$. Определить активную проводимость, если $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 4$ Ом; $X_C = 3$ Ом.

5. В схеме рис.10 $R_1 = 0$. Определить X_C , при котором в цепи возникает резонанс токов, если $R_2 = 6 \text{ Ом}$; $X_L = 16 \text{ Ом}$.
6. В схеме рис.10 $R_1 = 6 \text{ Ом}$; $X_L = 8 \text{ Ом}$; $R_2 = 8 \text{ Ом}$; $X_C = 6 \text{ Ом}$. Проверить наличие резонанса в цепи.
7. В схеме рис.10 определить $\hat{S}, P, Q$ если $u = 141\sin(\omega t + 37^\circ)$; $R_1 = 4 \text{ Ом}$; $R_2 = 3 \text{ Ом}$; $X_L = 3 \text{ Ом}$; $X_C = 4 \text{ Ом}$.
8. В схеме рис.10 $R_1 = R_2 = X_L = X_C = 10 \text{ Ом}$; $U_m = 141 \text{ В}$. Определить показания приборов.
9. В схеме рис.10 $I_1 > I_2$ При увеличении емкости конденсатора режим работы цепи приближается к резонансу. Как при этом будут изменяться показания приборов?
10. В схеме рис.11 $I_1 = 2 \text{ А}$; $I_2 = 5 \text{ А}$; $I_4 = 5 \text{ А}$. Определить ток I_3 .
11. В схеме рис.11 $I_1 = 8 \text{ А}$; $I_2 = 2 \text{ А}$; $I_4 = 2 \text{ А}$; $R = 6 \text{ Ом}$. Определить напряжение на входе.
12. В схеме рис.11 резонанс токов. Как изменятся I_1, I_2, I_3, I_4 при увеличении емкости конденсатора?
13. Как изменятся токи в схеме рис. 11 при отключении конденсатора?

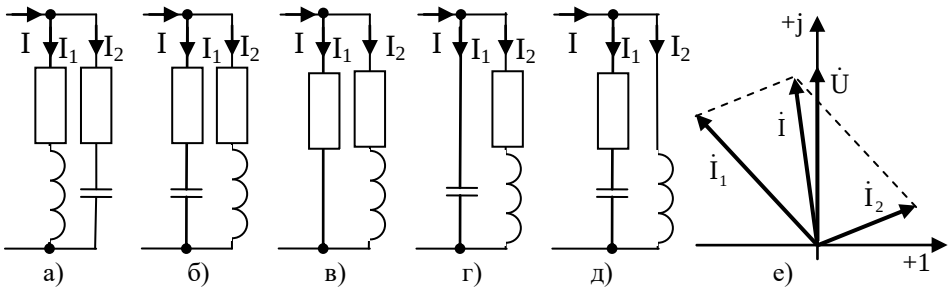


Рис.8

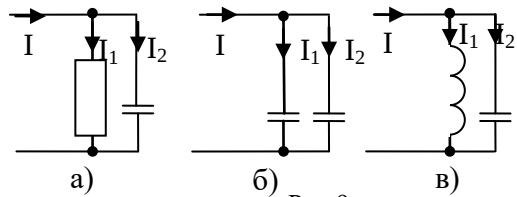


Рис.9

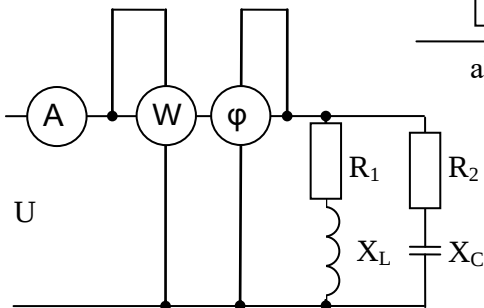


Рис. 10

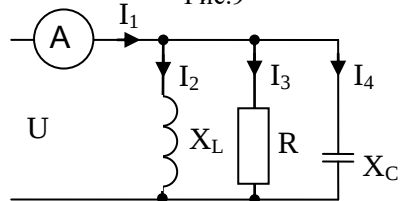


Рис.11

2.3. Комплексный метод расчета цепей переменного тока

Порядок расчета параметров электрических цепей комплексным методом рассмотрим на конкретных примерах:

Пример №6:

Задана электрическая цепь (рис.12) с последовательным соединением элементов R , L , C и известными параметрами $U = 200 \text{ В}$, $\psi_U = -225^\circ$, $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $X_L = 7 \text{ Ом}$, $X_C = 10 \text{ Ом}$. Требуется:

1. Рассчитать комплекс действующего значения тока. Записать мгновенные значения тока и напряжения.
2. Построить векторную диаграмму.
3. Рассчитать мощности $\tilde{S}, P, Q$, и $\cos \varphi$
4. Определить показания вольтметра (V_1)

Решение:

1. Определяем комплекс полного сопротивления цепи:

$$\underline{Z} = \sum R + j(\sum X_L - \sum X_C) = R_1 + R_2 + j(X_L - X_C) = 4 - j3 = 5e^{-j37^\circ}$$

2. Записываем напряжение на входе схемы в комплексной форме:

$$\dot{U} = 200e^{-j225^\circ} = 200e^{j135^\circ}$$

3. По закону Ома определяем комплекс тока

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{200e^{j135^\circ}}{5e^{-j37^\circ}} = 40e^{j172^\circ}$$

4. Записываем мгновенные значения напряжения и тока

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot 200 \sin(\omega t + 135^\circ) \quad i(t) = \sqrt{2} \cdot 40 \sin(\omega t + 172^\circ)$$

5. Для построения векторной диаграммы определим комплексное напряжение на каждом элементе схемы

$$\dot{U}_{R_1} = \dot{I}R_1 = 120e^{j172^\circ}$$

$$\dot{U}_C = \dot{I}(-jX_C) = 40e^{j172^\circ} \cdot 10e^{-j90^\circ} = 400e^{j82^\circ}$$

$$\dot{U}_L = \dot{I}jX_L = 40e^{j172^\circ} \cdot 7e^{j90^\circ} = 280e^{j262^\circ} = 280e^{-j98^\circ}$$

$$\dot{U}_{R_2} = \dot{I}R_2 = 40e^{j172^\circ}$$

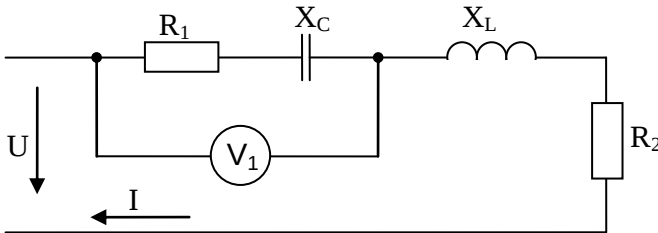


Рис. 12

Выбираем масштаб:

$$m_U = 40 \frac{\text{В}}{\text{см}} \quad m_I = 10 \frac{\text{А}}{\text{см}}$$

Строим диаграмму (рис. 13). Векторная диаграмма подтверждает правильность решения задачи: результирующий вектор напряжения оказался равным $\dot{U} = 200e^{+j135^\circ}$, как и задано по условию. Угол сдвига фаз между векторами напряжения и тока равен $\varphi = \psi_U - \psi_I = 135^\circ - 172^\circ = -37^\circ$. Характер нагрузки активно-емкостной ($X_C > X_L$), ток опережает напряжение на угол 37° .

6. Полная комплексная мощность ($\tilde{S}$) равна произведению комплекса напряжения на сопряженный комплекс тока.

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^* = 200e^{j135^\circ} \cdot 40e^{-j172^\circ} = 8000e^{-j37^\circ}$$

$$S = 8000 \text{ ВА}$$

Чтобы определить активную и реактивную мощности, запишем комплекс ($\tilde{S}$) в

тригонометрической форме:

$$\tilde{S} = 8000 \cos(-37^\circ) +$$

$$+ j8000 \sin(-37^\circ) = P + jQ$$

$$P = 8000 \cos(-37^\circ) = 6389 \text{ Вт}$$

$$Q = 8000 \sin(-37^\circ) = -4814 \text{ ВА}_p$$

Рассчитаем $\cos \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{\sum R}{Z} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\varphi = \arccos 0,8 = -37^\circ$$

7. Показания вольтметра (V_1) можно определить из выражения:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{R_1} + \dot{U}_C$$

Как видно из векторной диаграммы модуль напряжения (U_1) равен

$$U_1 = \sqrt{U_{R_1}^2 + U_C^2} =$$

$$= \sqrt{120^2 + 400^2} = 418 \text{ В}$$

Вольтметр измеряет действующее значение напряжения

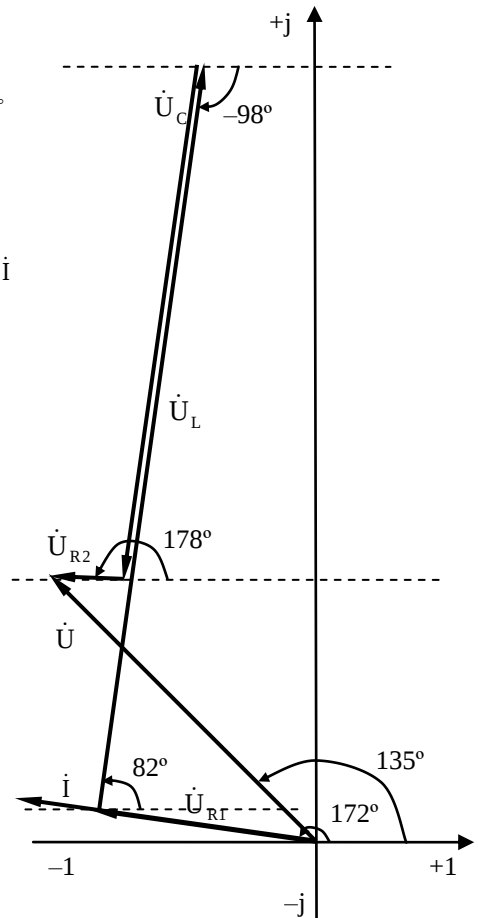


Рис. 13

Пример №7:

Задана электрическая цепь (рис. 14) с параллельным соединением элементов R , L , C с известными параметрами $U = 200 \text{ В}$, $\psi_U = 150^\circ$, $R = 30 \text{ Ом}$, $X_L = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 50 \text{ Ом}$. Требуется:

1. Рассчитать комплексы токов ветвей и общего тока. Записать мгновенное значение токов и напряжения.
2. Построить векторную диаграмму
3. Рассчитать мощности $\tilde{S}, P, Q$ и $\cos \varphi$

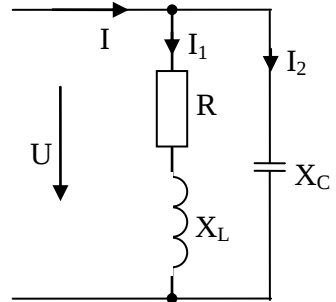


Рис.14

1. Рассчитаем комплексы сопротивлений ветвей:

$$\underline{Z}_1 = R + jX_L = 30 + j10 = 31,62e^{j18,43^\circ}$$

$$\underline{Z}_2 = 50e^{-j90^\circ}$$

2. Рассчитаем комплексы токов ветвей:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{200e^{j150^\circ}}{31,62e^{j18,43^\circ}} = 6,33e^{j131,57^\circ} = -4,2 + j4,7$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{200e^{j150^\circ}}{50e^{-j90^\circ}} = 4e^{j240^\circ} = 4e^{-j120^\circ} = -2 - j3,46$$

3. Ток в общей цепи рассчитаем по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = -4,2 + j4,7 - 2 - j3,46 = -6,2 + j1,24 = 6,32e^{j168,75^\circ}$$

Замечание: ток в общей цепи можно рассчитывать по закону Ома;

$$\dot{I} = \dot{U} \underline{Y} \quad \underline{Y} = g + j(b_C - b_L).$$

Рассчитаем проводимости элементов схемы и общую проводимость:

$$g = \frac{R}{R^2 + X_L^2} = \frac{30}{900 + 100} = 0,03 \text{ См}$$

$$b_L = \frac{X_L}{R^2 + X_L^2} = \frac{10}{900 + 100} = 0,01 \text{ См}$$

$$b_C = \frac{1}{X_C} = 0,02 \text{ См}$$

$$\underline{Y} = 0,03 + j(0,02 - 0,01) = 0,03 + j0,01 = 0,0316227e^{+j18,43^\circ}.$$

Теперь рассчитаем комплекс общего тока

$$\dot{I} = \dot{U} \underline{Y} = 200e^{j150^\circ} \cdot 0,0316227e^{j18,43^\circ} = 6,32e^{j168,43^\circ}$$

Результаты расчета тока совпали.

4. Записываем мгновенные значения токов и напряжения:

$$i_1 = \sqrt{2} \cdot 6,33 \sin(\omega t + 131,57^\circ) = 8,95 \sin(\omega t + 131,57^\circ)$$

$$i_2 = \sqrt{2} \cdot 4 \sin(\omega t - 120^\circ) = 5,66 \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$i = \sqrt{2} \cdot 6,32 \sin(\omega t + 168,75^\circ) = 8,94 \sin(\omega t + 168,75^\circ)$$

$$u = \sqrt{2} \cdot 200 \sin(\omega t + 150^\circ) = 282 \sin(\omega t + 150^\circ)$$

5. Рассчитаем мощности:

$$\begin{aligned} \tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^* &= 200e^{j150^\circ} \cdot 6,32e^{-j168,75^\circ} = 1264e^{-j18,75^\circ} = \\ &= 1264 \cos(-18,75^\circ) + j1264 \sin(-18,75^\circ) = 1197 - j406 \end{aligned}$$

Следовательно, $S = 1264 \text{ ВА}$, $P = 1197 \text{ Вт}$, $Q = -406 \text{ ВА}_p$

6. Угол сдвига фаз между током и напряжением определяется из выражения:
 $\varphi = \psi_U - \psi_I = 150^\circ - 168,75^\circ = -18,75^\circ \quad \cos \varphi = \cos(-18,75^\circ) = 0,947$
7. Для построения векторной диаграммы выберем масштаб:

$$m_U = 40 \frac{\text{В}}{\text{см}} \quad m_I = 1 \frac{\text{А}}{\text{см}}$$

Векторная диаграмма (рис. 15) подтверждает правильность расчетов:

- результирующий вектор тока на диаграмме равен расчетному;
- угол между напряжением и общим током по векторной диаграмме равен расчетному;

Ниже приводятся задания №6 и №7 для самостоятельного решения задач каждым студентом в отдельности (номер варианта определяется преподавателем)

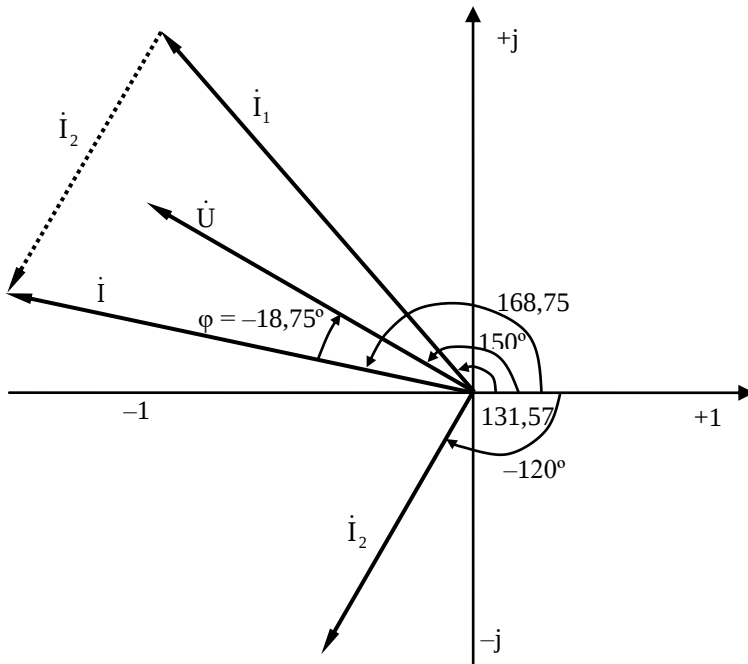


Рис. 15

2.4. Задание №6 для индивидуального решения

Последовательное соединение элементов R, L, C

В цепи на рисунке 16 дана схема с последовательным соединением R, L, C.

1. Начертить расчетную схему, оставив те элементы в схеме рис.16, которые входят в вариант задания (таблица 2)
2. Рассчитать комплексные действующие значения тока I . Записать мгновенные значения тока и напряжения.
3. Построить векторную диаграмму.
4. Рассчитать мощности $\tilde{S}, P, Q$, и $\cos \varphi$
5. Определить показание указанного в варианте вольтметра.

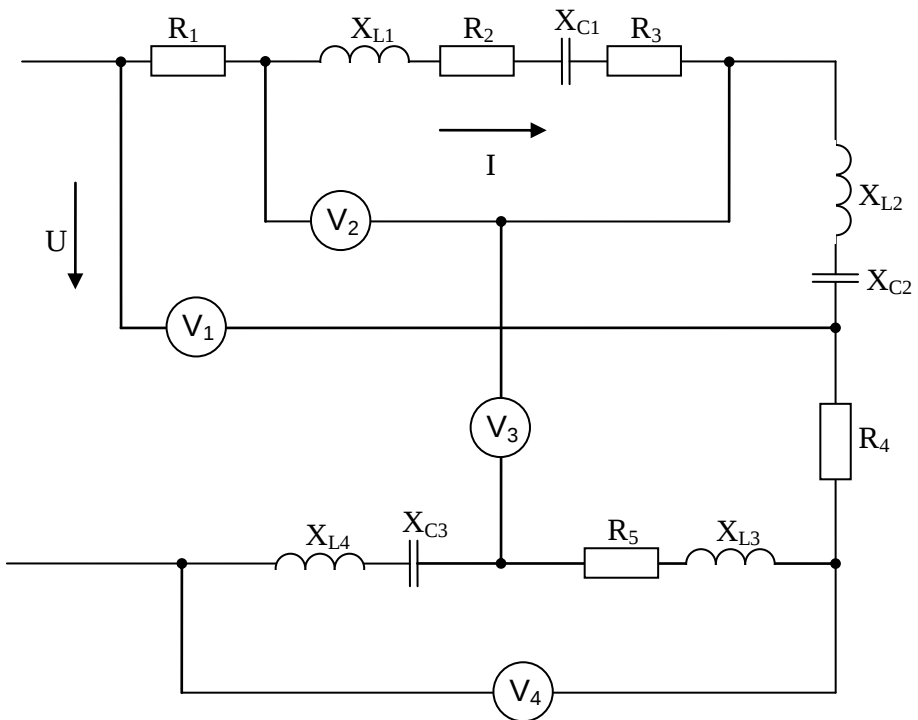


Рис. 16

Таблица 2

№	U, В	ψ_u , град.	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	R ₄ , Ом	R ₅ , Ом	X _{L1} , Ом	X _{L2} , Ом	X _{L3} , Ом	X _{L4} , Ом	X _{C1} , Ом	X _{C2} , Ом	X _{C3} , Ом	V
1	20	-60	-	-	-	2	4	-	-	8	-	-	2	14	V ₃
2	200	-90	-	-	-	35	25	-	-	-	100	-	-	20	V ₃
3	200	-135	-	-	16	16	-	-	34	-	-	10	-	-	V ₂
4	200	-	10	-	10	-	-	-	40	-	-	15	-	-	V ₂
5	120	-60	-	20	-	4	-	-	-	8	-	40	-	-	V ₁
6	100	-90	-	-	-	3	3	-	-	4	-	-	12	-	V ₃
7	200	150	-	-	-	30	10	-	-	10	-	-	-	50	V ₄
8	200	225	-	-	35	25	-	-	100	-	-	-	20	-	V ₁
9	120	-	-	-	-	20	4	8	-	-	-	40	-	-	V ₂
10	200	60	-	-	1	2	-	-	5	1	-	2	8	-	V ₂
11	100	45	-	-	-	20	10	-	20	-	30	-	-	10	V ₄
12	200	-225	10	10	-	-	-	-	10	-	-	-	25	-	V ₂
13	120	-135	3	-	-	3	-	-	-	12	20	-	-	-	V ₃
14	100	-	20	-	20	-	-	40	-	-	-	-	90	-	V ₂
15	100	-180	-	3	-	-	5	-	6	-	-	4	8	-	V ₂
16	50	-45	6	-	2	-	-	-	3	1	-	-	4	-	V ₃
17	100	-	-	-	-	10	20	-	-	-	50	-	10	-	V ₄
18	200	-60	-	-	-	-	40	-	-	50	20	-	-	40	V ₃
19	100	90	10	-	-	5	-	20	-	20	-	-	20	-	V ₃
20	200	-125	-	1	-	3	-	-	10	-	-	7	-	-	V ₁
21	100	45	-	-	6	6	-	-	20	4	-	-	40	-	V ₁
22	120	180	-	-	16	-	-	-	30	-	-	-	40	2	V ₃
23	100	-60	-	-	-	8	2	-	-	10	10	-	-	10	V ₄
24	220	-135	-	-	-	-	40	-	-	20	20	-	-	60	V ₃
25	100	-	-	8	-	8	-	18	-	-	-	6	-	-	V ₂
26	200	225	-	-	60	-	-	-	20	-	-	90	10	-	V ₂
27	120	180	-	-	-	8	-	-	15	-	-	20	-	1	V ₁
28	220	-	-	-	30	-	-	-	-	-	20	-	10	50	V ₄
29	120	90	-	-	-	20	40	-	10	10	-	-	100	-	V ₁
30	120	-225	-	-	-	4	1	-	15	5	-	-	5	-	V ₁
31	100	45	5	-	-	15	-	-	-	20	10	-	-	10	V ₄
32	100	180	20	-	30	-	-	30	-	10	-	80	-	-	V ₂
33	100	-	-	20	20	-	-	10	20	-	-	30	-	-	V ₂
34	100	180	-	-	8	2	-	-	10	-	10	-	-	10	V ₄
35	220	90	-	-	20	-	-	6	10	-	-	-	8	-	V ₃
36	100	-	-	-	2	-	4	-	4	2	-	2	-	-	V ₂
37	100	-135	35	-	-	25	-	100	-	-	-	-	10	10	V ₁
38	200	-60	20	20	-	-	-	5	-	-	-	25	10	-	V ₂
39	100	-90	-	35	-	25	-	-	100	-	-	10	-	10	V ₃
40	120	-225	4	-	-	-	20	-	-	8	4	-	40	-	V ₁
41	50	-45	2	-	-	1	-	-	2	-	-	6	-	-	V ₁
42	200	135	-	-	-	2	4	30	-	-	12	-	-	10	V ₄
43	200	45	-	11	-	5	-	-	4	20	-	8	-	-	V ₁
44	60	60	-	-	4	-	8	-	-	16	-	-	3	3	V ₁
45	100	30	-	-	6	-	-	4	-	-	10	20	2	-	V ₂
46	200	-135	30	30	-	-	-	50	20	-	-	70	-	-	V ₂
47	120	-	-	-	-	20	10	-	-	40	30	-	30	-	V ₄
48	200	-45	-	-	10	-	-	-	10	-	-	-	10	10	V ₃
49	100	-90	-	-	-	30	10	-	-	20	-	10	40	-	V ₁
50	200	-	10	8	-	-	-	10	10	-	-	-	-	6	V ₂

2.5. Задание №7 для индивидуального решения

Параллельное соединение элементов R, L, C

В цепи на рис. 17 дана схема с параллельным соединением R, L, C.

1. Начертить расчетную схему с параллельными ветвями, учитывая, что порядковый номер индексов R, L, C соответствует порядковому номеру ветви, в которую он входит (таблица 3)
2. Рассчитать комплексы токов ветвей и общего тока. Записать мгновенные значения токов и напряжений.
3. Построить векторную диаграмму.
4. Рассчитать мощности $\tilde{S}, P, Q$, и $\cos \varphi$

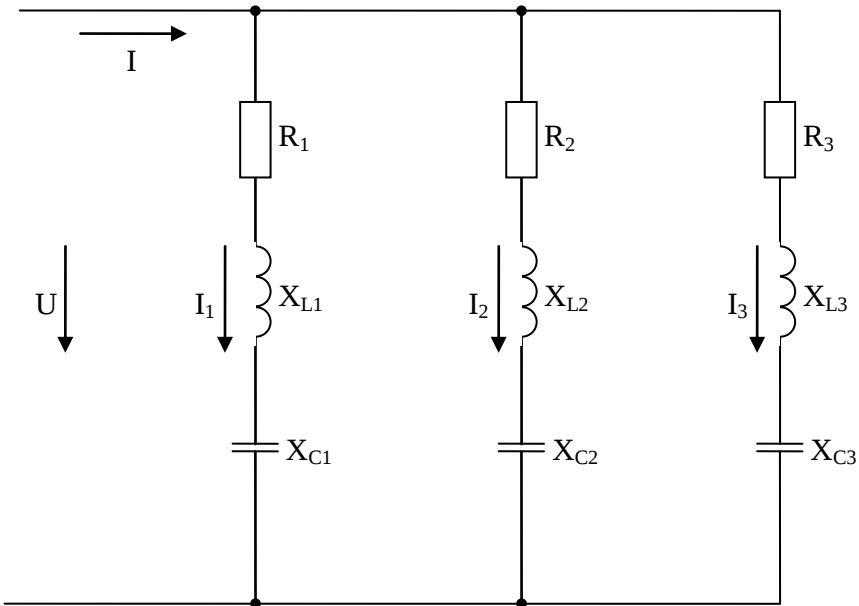


Рис. 17

Таблица 3

№	U, В	ψ_u , град.	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	X _{L1} , Ом	X _{L2} , Ом	X _{L3} , Ом	X _{C1} , Ом	X _{C2} , Ом	X _{C3} , Ом
1	20	-60	—	—	2	—	8	—	—	2	14
2	200	-90	—	—	35	—	10	—	—	—	20
3	200	-135	16	16	—	—	34	—	10	—	—
4	200	—	10	10	—	40	—	—	—	15	—
5	120	-60	20	—	4	—	—	8	40	—	—
6	100	-90	—	—	3	—	4	—	—	—	12
7	200	120	—	10	—	—	30	—	—	—	50
8	200	225	25	35	—	100	—	—	—	20	—
9	120	—	—	—	20	—	—	20	40	—	—
10	200	60	—	10	20	—	10	—	—	—	20
11	200	-45	—	—	20	20	—	—	—	—	10
12	200	-225	5	—	—	10	—	—	20	5	—
13	120	-135	3	10	—	—	12	—	—	—	—
14	100	—	—	20	—	—	—	50	—	20	—
15	100	-180	3	5	—	6	—	—	—	8	—
16	50	-45	—	4	6	—	3	—	—	—	8
17	100	—	10	—	10	—	—	—	—	—	10
18	200	-60	—	—	30	—	50	—	—	—	40
19	100	90	12	15	—	—	20	—	16	—	—
20	200	-225	9	—	12	12	—	—	—	—	9
21	100	45	—	6	20	—	8	15	—	—	—
22	120	180	16	—	16	12	—	—	—	—	12
23	100	-60	6	—	8	8	—	—	—	—	10
24	220	-135	—	30	—	—	—	20	—	40	—
25	100	—	8	—	10	—	—	—	6	—	—
26	200	225	—	60	—	20	—	—	—	80	—
27	120	180	—	—	8	—	—	6	20	—	—
28	220	—	—	40	20	—	—	20	—	10	—
29	120	90	—	30	20	—	—	30	—	10	—
30	120	-225	12	—	40	16	—	—	—	—	40
31	100	45	—	20	15	—	20	—	—	—	20
32	100	180	—	30	—	—	10	—	50	—	—
33	100	—	20	20	—	20	—	—	—	30	—
34	100	180	—	8	20	—	—	10	—	6	—
35	220	90	20	20	—	20	—	—	—	8	—
36	100	—	—	15	40	—	20	—	—	—	30
37	100	-135	18	—	28	24	—	—	21	—	—

Литература

1. Лоторейчук, Е.А. Теоретические основы электротехники : учебник / Е.А. Лоторейчук. — М. : ИД «ФОРУМ» : ИНФРА-М, 2017. — 317 с.
2. Данилов, К.П. Учебное пособие для самостоятельной работы студентов по методам расчета сложных электрических цепей постоянного тока / К.П. Данилов, Е.А. Вахтина. — Ставрополь: АГРУС, 2003. — 22 с.
3. Данилов, К.П. Методические указания к решению задач по теоретическим основам электротехники / К.П. Данилов, Е.А. Вахтина. — Ставрополь: АГРУС, 2005. — 40 с. — 0,9 авторских п. л.
4. Данилов, К.П. Теоретические основы электротехники: учебное пособие. В 2-х ч. Ч. 1. Лабораторно-практический комплекс/ К.П. Данилов, Е.А. Вахтина. — Ставрополь: АГРУС, 2007. — 80 с.
5. Габриелян, Ш. Ж. Электротехника и электроника: метод. рекомендации по самост. работе студентов при изучении дисциплины / Ш. Ж. Габриелян, Е. А. Вахтина ; СтГАУ. - М. : АГРУС, 2013. — 68 с.
6. Вахтина, Е.А. Электротехника и электроника. Лабораторный практикум: учебное пособие для вузов / Е.А. Вахтина, Ш.Ж. Габриелян, А.В. Вострухин, К.П. Данилов. — М.: Илекса, 2011. — 252 с.
7. Габриелян, Ш.Ж. Электротехника и электроника : методические указания / Ш. Ж. Габриелян, Е. А. Вахтина, И. К. Шарипов. — Ставрополь : АГРУС Ставропольского гос. аграрного ун-та, 2012. — 72 с.
8. Вахтина, Е. А. Электротехника и электроника : сб. тестов для студентов вузов агроинженерных специальностей / Е. А. Вахтина, Ш. Ж. Габриелян ; СтГАУ. — М. : АГРУС, 2009. - 80 с. : ил.
9. Нейман, В.Ю. Теоретические основы электротехники в примерах и задачах. Часть 1. Линейные электрические цепи постоянного тока/ В.Ю. Нейман – Новосиб.: НГТУ, 2011. — 116 с.
10. Васильев А. Matlab. Практический подход. М.: НТ Пресс, 2015. — 448 с.
11. Дьяконов В.П. MATLAB. Полный самоучитель; ДМК Пресс - Москва, 2010. — 768 с.
12. ГОСТ Р 52002-2003 Электротехника. Термины и определения основных понятий. — Введ. 2003-07-01. — Москва : Изд-во стандартов, 2003. — 27 с.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Учебное пособие

Подписано в печать 11.12.2017. Формат 60х84¹_{/16}. Бумага офсетная.

Отпечатано в типографии издательско-полиграфического комплекса
СтГАУ «АГРУС», г. Ставрополь, ул. Пушкина, 15.

Гарнитура «Times». Печать офсетная. Усл. печ. л. 3,49. Тираж 100 экз.

Заказ № 376.

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000

Издательство Ставропольского государственного
аграрного университета «АГРУС»,

355017, г. Ставрополь, пер. Зоотехнический, 12.

Тел./факс: (8652) 35-06-94. E-mail: agrus2007@mail.ru

Отпечатано в типографии издательско-полиграфического комплекса
СтГАУ «АГРУС», г. Ставрополь, ул. Пушкина, 15.