

ЛЕКЦИЯ 13

Тема 1.12. Основные понятия и аксиомы динамики. Понятие о трении

Иметь представление о массе тела и ускорении свободного падения, о связи между силовыми и кинематическими параметрами движения, о двух основных задачах динамики.

Знать аксиомы динамики и математическое выражение основного закона динамики.

Знать зависимости для определения силы трения.

Содержание и задачи динамики

Динамика — раздел теоретической механики, в котором устанавливается связь между движением тел и действующими на них силами.

В динамике решают два типа задач:

- определяют параметры движения по заданным силам;
- определяют силы, действующие на тело, по заданным кинематическим параметрам движения.

При поступательном движении все точки тела движутся одинаково, поэтому тело можно принять за материальную точку.

Если размеры тела малы по сравнению с траекторией, его тоже можно рассматривать как материальную точку, при этом точка совпадает с центром тяжести тела.

При вращательном движении тела точки могут двигаться неодинаково, в этом случае некоторые положения динамики можно применять только к отдельным точкам, а материальный объект рассматривать как совокупность материальных точек.

Поэтому динамику делят на динамику точки и динамику материальной системы.

Аксиомы динамики

Законы динамики обобщают результаты многочисленных опытов и наблюдений. Законы динамики, которые принято рассматривать как аксиомы, были сформулированы Ньютоном, но первый и четвертый законы были известны Галилею. Механику, основанную на этих законах, называют классической механикой.

Первая аксиома (принцип инерции)

Всякая изолированная материальная точка находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока приложенные силы не выведут ее из этого состояния.

Это состояние называют состоянием инерции. Вывести точку из этого состояния, т.е. сообщить ей некоторое ускорение, может внешняя сила.

Всякое тело (точка) обладает *инертностью*. Мерой инертности является масса тела.

Массой называют количество вещества в объеме тела, в классической механике ее считают величиной постоянной. Единица измерения массы — килограмм (кг).

Вторая аксиома (второй закон Ньютона — основной закон динамики)

Зависимость между силой, действующей на материальную точку, и сообщаемым ею ускорением следующая:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a},$$

где m — масса точки, кг; $\mathbf{a}$ — ускорение точки, м/с².

Ускорение, сообщенное материальной точке силой, пропорционально величине силы и совпадает с направлением силы.

Основной закон динамики в дифференциальной форме:

$$\mathbf{F} = m \frac{d^2 \mathbf{S}}{dt^2}, \quad \text{т.к.} \quad \mathbf{a} = \frac{d^2 \mathbf{S}}{dt^2} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}.$$

На все тела на Земле действует сила тяжести, она сообщает телу ускорение свободного падения, направленное к центру Земли:

$$\mathbf{G} = m\mathbf{g},$$

где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, ускорение свободного падения.

Третья аксиома (третий закон Ньютона)

Силы взаимодействия двух тел равны по величине и направлены по одной прямой в разные стороны (рис. 13.1):

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2; \quad \mathbf{F}_1 = m_1 \mathbf{a}_1; \quad \mathbf{F}_2 = m_2 \mathbf{a}_2.$$

Откуда

$$m_1 a_1 = m_2 a_2 \quad \text{или} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}.$$

При взаимодействии ускорения обратно пропорциональны массам.

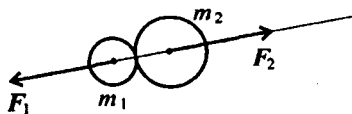
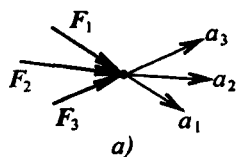


Рис. 13.1

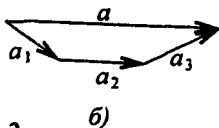
Четвертая аксиома (закон независимости действия сил)

Каждая сила системы сил действует так, как она действовала бы одна.

Ускорение, сообщаемое точке системой сил, равно геометрической сумме ускорений, сообщенных точке каждой силой в отдельности (рис. 13.2):



а)



б)

Рис. 13.2

$$F_{\Sigma} = ma; \quad a = \sum_0^n a_k.$$

Понятие о трении. Виды трения

Трение — сопротивление, возникающее при движении одного шероховатого тела по поверхности другого. При скольжении тел возникает трение скольжения, при качении — трение качения. Природа сопротивлений движению в разных случаях различна.

Трение скольжения

Причина — механическое зацепление выступов. Сила сопротивления движению при скольжении называется *силой трения скольжения* (рис. 13.3а).

Законы трения скольжения:

1. Сила трения скольжения прямо пропорциональна силе нормального давления:

$$F_{\text{тр}} = F_f = fR,$$

где R — сила нормального давления, направлена перпендикулярно опорной поверхности;

f — коэффициент трения скольжения.

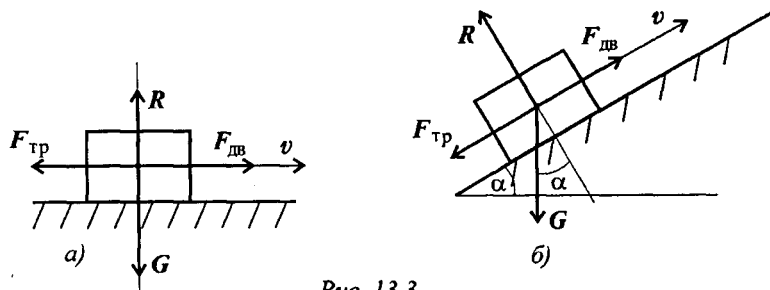


Рис. 13.3

В случае движения тела по наклонной плоскости (рис. 13.36)

$$R = G \cos \alpha,$$

где α — угол наклона плоскости к горизонту.

Сила трения всегда направлена в сторону, обратную направлению движения.

2. Сила трения меняется от нуля до некоторого максимального значения, называемого силой трения покоя (статическое трение):

$$0 < F_f \leq F_{f0},$$

F_{f0} — статическая сила трения (сила трения покоя).

3. Сила трения при движении меньше силы трения покоя. Сил трения при движении называется *динамической* силой трения (F_f)

$$F_f \leq F_{f0}.$$

Поскольку сила нормального давления, зависящая от веса и направления опорной поверхности, не меняется, то различают статический и динамический коэффициенты трения:

$$F_f = fR; \quad F_{f0} = f_0R.$$

Коэффициент трения скольжения зависит от следующих факторов:

— от материала: материалы делятся на *фрикционные* (с большим коэффициентом трения) и *антифрикционные* (с малым коэффициентом трения), например $f = 0,1 \div 0,15$ (при скольжении стали по стали всухую), $f = 0,2 \div 0,3$ (при скольжении стали по текстолиту)

— от наличия смазки, например $f = 0,04 \div 0,05$ (при скольжении стали по стали со смазкой);

— от скорости взаимного перемещения.

Трение качения

Сопротивление при качении связано с взаимной деформацией грунта и колеса и значительно меньше трения скольжения.

Обычно считают грунт мягче колеса, тогда в основном деформируется грунт, и в каждый момент колесо должно перекатываться через выступ грунта. Для равномерного качения колеса необходимо прикладывать силу $F_{\text{дв}}$ (рис. 13.4).

Условие качения колеса состоит в том, что движущийся момент должен быть не меньше момента сопротивления:

$$F_{\text{дв}} r \geq N k;$$

$$N = G; \quad F_{\text{дв}} \geq k \frac{G}{r},$$

где k — максимальное значение плеча (половина колеи) принимается за коэффициент трения качения, размерность — сантиметры.

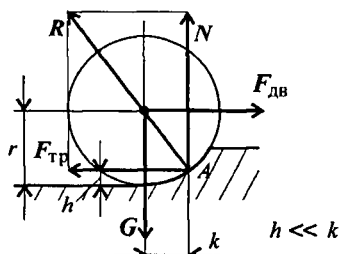


Рис. 13.4

Ориентировочные значения k (определяются экспериментально): сталь по стали — $k = 0,005$ см; резиновая шина по шоссе — $k = 0,24$ см.

Примеры решения задач

Пример 1. Свободная материальная точка, масса которой 5 кг, движется согласно уравнению $S = 0,48t^2 + 0,2t$. Определить величину движущей силы.

Решение

1. Ускорение точки: $a = v' = S''$; $v = S' = 0,96t + 0,2$;

$$a = v' = 0,96 \text{ м/с}^2.$$

2. Действующая сила согласно основному закону динамики

$$F = ma; \quad F = 5 \cdot 0,96 = 4,8 \text{ Н.}$$

Пример 2. К двум материальным точкам массой $m_1 = 2$ кг и

$m_2 = 5$ кг приложены одинаковые силы. Сравнить величины ускорений.

Решение

Согласно третьей аксиоме динамики ускорения обратно пропорциональны массам:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{5}{2} = 2,5; \quad a_1 = 2,5a_2.$$

Пример 3. На материальную точку действует система сил (рис. 13.5). Определить числовое значение ускорения, полученного материальной точкой $m = 7$ кг. Остальные данные представлены на чертеже.

Решение

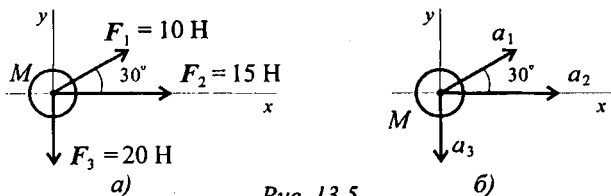


Рис. 13.5

1-й вариант.

1. Определяем суммарную силу, действующую на точку:

$$\sum_0^n F_{kx} = 15 + 10 \cdot \cos 30^\circ = 15 + 10 \cdot 0,866 = 23,66 \text{ Н};$$

$$\sum_0^n F_{ky} = 10 \cdot \cos 60^\circ - 20 = -15 \text{ Н};$$

$$F_\Sigma = \sqrt{23,66^2 + 15^2} = 28 \text{ Н}.$$

2. Определяем ускорение, сообщенное точке:

$$a_\Sigma = \frac{28}{7} = 4 \text{ м/с}^2.$$

2-й вариант.

Определяем ускорения от каждой из сил системы (рис. 13.56):

$$a_1 = \frac{10}{7} = 1,43 \text{ м/с}^2; \quad a_2 = \frac{15}{7} = 2,14 \text{ м/с}^2; \quad a_3 = \frac{20}{7} = 2,86 \text{ м/с}^2.$$

2. Определяем суммарное ускорение:

$$\sum_0^n a_x = 1,43 \cdot 0,866 + 2,14 = 3,38 \text{ м/с}^2;$$

$$\sum_0^n a_y = 1,43 \cdot 0,5 + (-2,86) = -2,14 \text{ м/с}^2;$$

$$a_\Sigma = \sqrt{3,38^2 + 2,14^2} = 4 \text{ м/с}^2.$$